

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**Назаров П.А., Казакова М.В.**

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОСНОВНЫХ  
БЮДЖЕТНЫХ ПАРАМЕТРОВ СТРАНЫ**

**Москва 2014**

**Аннотация.** Устойчивость государственных финансов предполагает долгосрочную сбалансированность доходов и расходов государственного бюджета. Сильная зависимость налоговых поступлений от экспорта сырьевых ресурсов в условиях значительных колебаний цен на них придает проблеме поддержания баланса доходов и расходов бюджетной системы особую остроту. Целью работы является разработка модели прогноза основных параметров бюджета России, в том числе, поступлений основных налогов, в целях использования полученных результатов при принятии решений в области бюджетно-налоговой политики, в частности, об изменении уровня налоговой нагрузки в стране, а также публикации прогнозов на регулярной основе.

Данная работа подготовлена на основе материалов научно-исследовательской работы, выполненной в соответствии с Государственным заданием РАНХиГС при Президенте Российской Федерации на 2013 год.

Назаров Павел Александрович - научный сотрудник Центра макроэкономических исследований Института прикладных экономических исследований (ИПЭИ) РАНХиГС

Казакова Мария Владимировна – кандидат экономических наук, старший научный сотрудник Института прикладных экономических исследований Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, заведующая Лабораторией проблем экономического развития Научного направления «Реальный сектор» Института экономической политики имени Е.Т.Гайдара.

## Содержание

Введение.....	5
1. Обзор теоретических и прикладных работ в области прогнозирования бюджетных параметров .....	6
1.1 Основные соображения и постановка проблемы.....	6
<b>1.1.1 Общий подход к структуре ряда экономических показателей.....</b>	<b>6</b>
<b>1.1.2 Особенности динамики доходов и расходов государственного бюджета .</b>	<b>13</b>
<b>1.1.3 Общая постановка задачи прогнозирования и смежные проблемы.....</b>	<b>15</b>
1.2 Эконометрические методы прогнозирования .....	18
<b>1.2.1 Методы краткосрочного прогнозирования.....</b>	<b>18</b>
<b>1.2.2 Эконометрические модели временных рядов.....</b>	<b>29</b>
<b>1.2.3 Многомерные модели временных рядов .....</b>	<b>35</b>
<b>1.2.4 Применение нейронных сетей для прогнозирования налоговых поступлений.....</b>	<b>45</b>
Список использованных источников .....	50

## Введение

Устойчивость государственных финансов предполагает долгосрочную сбалансированность доходов и расходов государственного бюджета. Сильная зависимость налоговых поступлений от экспорта сырьевых ресурсов в условиях значительных колебаний цен на них придает проблеме поддержания баланса доходов и расходов бюджетной системы особую остроту.

Профицит государственного бюджета в период благоприятной экономической конъюнктуры не должен восприниматься как свидетельство возможности в долгосрочной перспективе для снижения налоговой нагрузки и/или повышения государственных расходов, так как в случае ухудшения внешнеэкономической конъюнктуры возникнет необходимость значительно сокращать государственные расходы и/или увеличивать налоговую нагрузку на экономику. В то же время подобные резкие изменения могут привести к росту недоверия бизнеса к власти, оттоку иностранных инвестиций и бегству отечественного капитала за границу. Значительное снижение налогов и/или повышение расходов в период благоприятной экономической конъюнктуры может восприниматься как увеличение риска того, что при ухудшении внешнеэкономических условий «правила игры» существенно изменятся<sup>1</sup>.

Анализ динамики основных параметров федерального бюджета в 2005-2007 гг. и в 2008-2009 гг. показывает, что значительная часть изменений этих параметров объясняется состоянием мировой внешнеэкономической конъюнктуры, тогда как выявление устойчивых взаимосвязей между динамикой бюджетных параметров и основных макроэкономических показателей представляет собой задачу, требующую дополнительного специального анализа. В этой связи актуальным является проведение исследования зависимости между этими параметрами и основными макроэкономическими переменными.

В настоящей работе будут изучены теоретические основы прогнозирования бюджетных показателей в зарубежных странах и в России.

---

<sup>1</sup> См. Казакова М.В., Синельников-Мурылев С.Г., Кадочников П.А. (2009) Анализ структурной и конъюнктурной составляющих налоговой нагрузки в российской экономике (*Научные труды ИЭПП № 129P*), стр. 6-7.

# Глава 1. Обзор теоретических и прикладных работ в области прогнозирования бюджетных параметров

## 1.1 Основные соображения и постановка проблемы

### 1.1.1 Общий подход к структуре ряда экономических показателей

Один из наиболее общих подходов к моделированию временного ряда экономического показателя заключается в том, что различные составляющие, имеющие экономический смысл, входят в общий ряд аддитивно. Общую схему подобного моделирования можно представить следующим образом:

$$Y_t = \underbrace{(U_t + V_t)}_{\text{определенная компонента}} + \underbrace{(E_t^{(1)} + E_t^{(2)})}_{\text{случайная компонента}} + \underbrace{f}_{\text{управление}} \quad (1)$$

Определенная компонента показывает все элементы динамики временного ряда, которые функционально зависят от выбранного момента времени, и не зависят от реализаций входящих в уравнение ряда случайных величин. В работах по моделированию динамики экономических показателей рассматриваются две определенных составляющих: детерминированный тренд и детерминированные колебания. Способы задания указанных компонент с помощью математических функций описаны далее.

Кроме того, в ряд входит случайная составляющая. Для более подробного анализа её влияния на текущее значение показателя необходимо разбить случайную компоненту на две аддитивных части. Случайную величину первого типа условно назовем «шум» - это некоторая случайная величина с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией, которая возникает вследствие ошибок измерения или же действия неучтенных факторов. Для определения данной величины достаточно знать закон её распределения. Случайную составляющую второго типа условно назовем «шок». Шок представляет собой возникающее в случайный момент времени отклонение, величина которого также случайна и не

зависит от момента возникновения. Составляющая «шок» в составе модели динамики экономического показателя позволяет учитывать структурные сдвиги.

В управляющую компоненту временного ряда входят параметры сглаживания, фильтры или, при необходимости, моменты переключения ряда с одной структуры на другую. При моделировании ряда динамики показателей государственного бюджета использование управляющей компоненты в явном виде не предполагается. Соответственно, в качестве основных элементов динамики прогнозируемых показателей в случае детерминированной структуры ряда рассматриваются тренд, циклические колебания, случайные колебания и внешние шоки.

Трендовую компоненту динамики показателей государственного бюджета можно задать двумя способами: либо с помощью полинома некоторой степени, либо с помощью экспоненциальной функции: полиномиальный тренд:  $U_t = \sum_{k=1}^n A_k t^k$ , экспоненциальный тренд:  $U_t = Y_0(1 + g)^t$ .

Преимуществом полиномиального тренда является тот факт, что функция, описывающая динамику определенной компоненты показателей бюджета, линейна по оцениваемым параметрам, что позволяет применять стандартные методы оценивания, например МНК, а также описывать свойства полученных оценок с помощью известных статистических тестов. К минусам можно отнести невозможность однозначного оценивания порядка полинома и трудности с интерпретацией полученных коэффициентов. Если ограничиться линейным трендом, то указанные проблемы отпадают, поскольку порядок полинома оказывается заведомо известным и коэффициент наклона интерпретируется как средний абсолютный прирост показателя один период. Беглый взгляд на динамику любого показателя государственного бюджета РФ позволяет однозначно сказать, что линейный тренд не способен обеспечить высокое качество подгонки.

С использованием полиномиального тренда также связана проблема переобучения модели, известная как «парадокс прогнозирования». Увеличение порядка используемого полинома позволяет получить модель, обладающую бесконечно большой точностью на обучающей выборке, однако это не приведет к росту точности прогноза за рамками выборки.

В случае экспоненциального тренда параметр  $g$  однозначно интерпретируется как темп прироста показателя в среднем за рассматриваемый период. Константа, на которую умножается экспоненциальная функция, интерпретируется как первоначальный уровень показателя в выборке. С другой стороны, оцениваемый параметр входит в функцию нелинейно, и возникает проблема выбора метода, подходящего для его оценивания. Для оценивания подобного параметра требуется применение нелинейных эконометрических методов: нелинейного МНК или метода максимального правдоподобия, что усложняет процедуру оценки и снижает статистическое качество полученных параметров.

Для выбора способа моделирования циклической компоненты прежде всего необходимо определиться с динамикой амплитуды цикла: будет ли она постоянной или переменной. Если речь идет о колебаниях с некоторой постоянной (то есть не зависящей от момента времени амплитудой), то, согласно теореме Фурье, данные колебания можно представить в виде ряда тригонометрических функций:

$$V_t = \sum (A_k \sin(kt) + B_k \cos(kt)) \quad (2)$$

Достаточно серьезным минусом данного подхода является невозможность однозначной оценки порядка ряда. Теоретически, каждое следующее слагаемое увеличивает точность подгонки. При моделировании циклов параметр  $k$  можно выбрать «наугад», или же определить наиболее удачный из них методом подбора. Также придется поступить с коэффициентами  $A$  и  $B$ , что в итоге приведет к необходимости экзогенного введения в модель множества параметров, их число составит  $2k+1$ . Если существуют способы сформировать модель циклических колебания с меньшим числом параметров, то они лучше подходят для прогнозирования, чем ряд Фурье. Кроме того, постоянная амплитуда колебаний плохо согласуется с реальной картиной динамики показателей государственного бюджета, которые подвержены как календарной сезонности, так и более долгосрочным колебаниям, которые могут быть как синхронны, так и асинхронны с общими циклами развития экономики.

Простейший способ аналитически задать колебания переменной амплитуды – сезонные фиктивные переменные. Для каждого периода времени можно ввести



свою, уникальную фиктивную переменную, значение которой будет обеспечивать циклические отклонения показателя от трендового значения. Такая структура колебания идеальна в случае, если известен период, например, сезонность внутри года можно описать с помощью набора из 11 фиктивных переменных, каждая из которых описывает сезонное отклонение для одного месяца, а равенство всех переменных нулю описывает двенадцатый месяц. Для данных по годам, каким являются итоговые показатели бюджета, не существуют такого естественного периода колебаний, и при попытке описать циклические колебания с помощью фиктивных переменных придется выбрать период циклов экзогенно и предположить, что он остается неизменным на протяжении всего эксперимента, то есть допустить строгую детерминированность циклов. Кроме этого, экзогенно задаются значения всех фиктивных переменных, и общее число параметров в модели снова оказывается слишком большим. Необходимо найти такой способ описания циклических колебаний, который с помощью небольшого числа параметров позволял бы описывать циклы переменной амплитуды. Кроме того, для обоснования выбора определенных значений параметров сами параметры должны быть интерпретируемы.

Подходящие структуры временных рядов, содержащих циклические компоненты, можно найти в алгоритмах адаптивного прогнозирования Хольта-Уинтерса и Тейла-Вейджа (Winters P.R., 1960, Holt C.C., 1957, Theil H., Wage S., 1964). Принципиальная разница между ними заключается в том, что структура ряда Тейла-Вейджа содержит циклическую компоненту как одну из аддитивных составляющих, в то время как в модель Хольта-Уинтерса колебания вводятся мультипликативно.

Структура временного ряда по Тейлу-Вейджу полностью вписывается в указанную выше аддитивную модель динамики экономического показателя. Минус заключается в том, что амплитуда колебаний при этом задается один раз и остается постоянной.

В общем виде структуру временного ряда по Хольту-Уинтерсу можно описать следующим уравнением:

$$V_t = \hat{Y}_t \times F(w) \quad (3)$$

где  $\hat{Y}$  – это рассчитанный в соответствии с уравнением тренда основной показатель,  $w$  – постоянная частота циклических колебаний, а функция  $F$  задает значение колебаний в зависимости от частоты и момента времени. Если функция  $F$  такова, что амплитуда изолированной циклической составляющей постоянна, то при возрастающем тренде общая амплитуда колебаний временного ряда будет растущей, и при убывающем – затухающей.

Общей проблемой для обоих описанных выше методов прогнозирования Хольта-Уинтерса и Тейла-Вейджа остается выбор такой функции, моделирующей циклические колебания.

Идеальным решением в данном случае была бы структура, которая позволяет менять амплитуду циклических колебаний безотносительно к тренду. Для этого необходим комбинированный метод: тренд входит в модель аддитивно, а циклическая компонента домножается на некоторую функцию, которая обеспечивает переменную амплитуду колебаний. В дальнейшем циклические колебания моделируются именно таким способом. Что касается функции, позволяющей создать циклическую динамику, то, поскольку речь идет об оценке параметров по реальным данным, а не о модельных данных, для которых важен сам факт циклических колебаний в динамике, выбрать подходящую схему учета циклических колебаний невозможно без процедуры сравнения результатов прогнозирования на обучающей выборке. Если допустить строгую детерминированность циклических колебаний, можно получить три варианта уравнения показателя:

$$U_t + V_t = (1 + g)^t + A \sin(wt) + B \cos(wt) \text{ – по Тейлу-Вейджу} \quad (4)$$

$$U_t + V_t = (1 + g)^t \times (A \sin(wt) + B \cos(wt)) \text{ – по Хольту-Уинтерсу} \quad (5)$$

$$U_t + V_t = (1 + g)^t + F(t) * (A \sin(wt) + B \cos(wt)) \text{ – комбинированный вариант} \quad (6)$$

Для комбинированного варианта моделирования необходимо выбрать функцию, ответственную за изменения амплитуды колебаний. Чтобы метод действительно был комбинированным, то есть содержал элементы как структуры Хольта-Уинтерса, так и структуры Тейла-Вейджа, функция  $F(t)$  должна быть одного класса с трендовой компонентой (экспоненциальная). Общая структура определенных компонент ряда в таком случае описывается уравнением

$$U_t + V_t = Y_0(1 + g)^t + (1 + p') * (A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)) \quad (7)$$

Неучтенными пока остаются случайные компоненты ряда. Как уже было сказано выше, таким компонент две: «шум» и «шок». Компонента «шум» представляет собой непрерывную случайную величину с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией. Для того, чтобы включить «шум» в динамику временного ряда, достаточно знать функцию плотности данной случайной величины. По умолчанию используется «белый шум» - многомерная, независимо нормально распределенная случайная величина. Более сложной случайной величиной является так называемый «шок». Цель введения в модель такого «шока» - учесть возможные последствия резкого скачка показателя в один конкретный период. В случае прогнозирования показателей государственного бюджета таким «шоком» могут стать незапланированные расходы. При построении прогноза учесть шок заранее невозможно, однако учет шока в самой модели динамики экономического показателя позволяет оценить устойчивость параметров модели к шокам и влияние возможных шоков на точность прогноза.

Приведенная выше модель динамики макроэкономического показателя строго детерминирована и не учитывает таких возможностей, как DS-стационарность ряда или стохастические циклические колебания. По мнению О. Моргенштерна, прогноз экономического показателя в принципе невозможно построить на стохастических принципах, поскольку экономические показателя не обладают необходимыми статистическими свойствами: одинаковым независимым многомерным распределением. Тем не менее, большинство современных методик прогнозирования экономических показателей, в том числе методика Бокса-Дженкинса (ARIMA) и ее модификации (ARFIMA, ARMAX). Для стохастической версии динамики

макроэкономических показателей нет необходимости строить общую модель, однако можно привести сопоставимую по степени общности формулировку ARIMA-модели:

$$Y_t = [Q(B)Q^s(B)U_t] / [(1-B)^d(1-B^s)^D P(B)P^s(B)] \quad (8)$$

где  $X_t$  – стационарные ряды для квартальных наблюдений налога с оборота,

$B$  – оператор обратного сдвига (backshift operator),

$B^s$  – сезонный оператор обратного сдвига (backshift operator),

$Q(B)$  – полином скользящего среднего порядка  $q$ ,

$Q^s(B)$  – сезонный полином скользящего среднего порядка  $q^s$ ,

$U_t$  – вектор ошибок,

$d$  – степень дифференцирования, необходимая для вызывания трендовой стационарности в рядах,

$D$  – степень сезонного дифференцирования, необходимая для приведения рядов к стационарному виду,

$P(B)$  – полином авторегрессии порядка  $p$ ,

$P^s(B)$  – сезонный полином авторегрессии порядка  $p^s$ .

Возможности такой модели значительно выше, чем у детерминированного подхода, поскольку позволяют учитывать все ключевые элементы ряда динамики экономического показателя (тренд, сезонность, сложную структуру случайной компоненты, и при этом не связаны с жесткой структурой модели, например – не требует предпосылки о монотонном возрастании/убывании амплитуды колебаний. Кроме того, при необходимости стохастическая модель динамики макроэкономического показателя может быть расширена путем включения одновременных зависимостей или межвременных причинно-следственных связей с другими макроэкономическими показателями. На практике имеет смысл использовать в рамках стохастической модели динамики элементы детерминированного тренда в случае, если он прослеживается в динамике показателя.

### **1.1.2 Особенности динамики доходов и расходов государственного бюджета**

Общая постановка модели динамики экономического показателя в предыдущем разделе относится в принципе к произвольному показателю, и может быть использована как общая теоретическая база для его прогнозирования. Однако по мере обобщения модели теряется ожидаемое качество прогноза, поскольку обобщение неизбежно связано с игнорированием особенностей каждого показателя. С другой стороны, учет особенностей показателей государственного бюджета позволяет включить особенности в модель прогнозирования и увеличить, таким образом, точность прогноза.

В работе речь идет о таких показателях, как дефицит/профицит бюджета, совокупные расходы бюджета, совокупные доходы бюджета. Кроме того, возможно снижения уровня агрегации при прогнозировании как государственных расходов, так и налоговых поступлений. Налоговые поступления по основным налогам, - НДС, налог на доходы физических лиц, налог на прибыль организаций, ЕСН, - прогнозируется отдельно. Что касается расходов государственного бюджета, то прогнозирование расходов по статьям, имеющих наибольшую долю в совокупных расходах, может повысить качество общего прогноза за счет учета особенностей каждого отдельного направления расходования средств.

Общей особенностью всех показателей государственного бюджета является их сезонность. Пример сезонных колебаний показателя совокупных налоговых доходов государственного бюджета РФ приведен на рисунке 1:

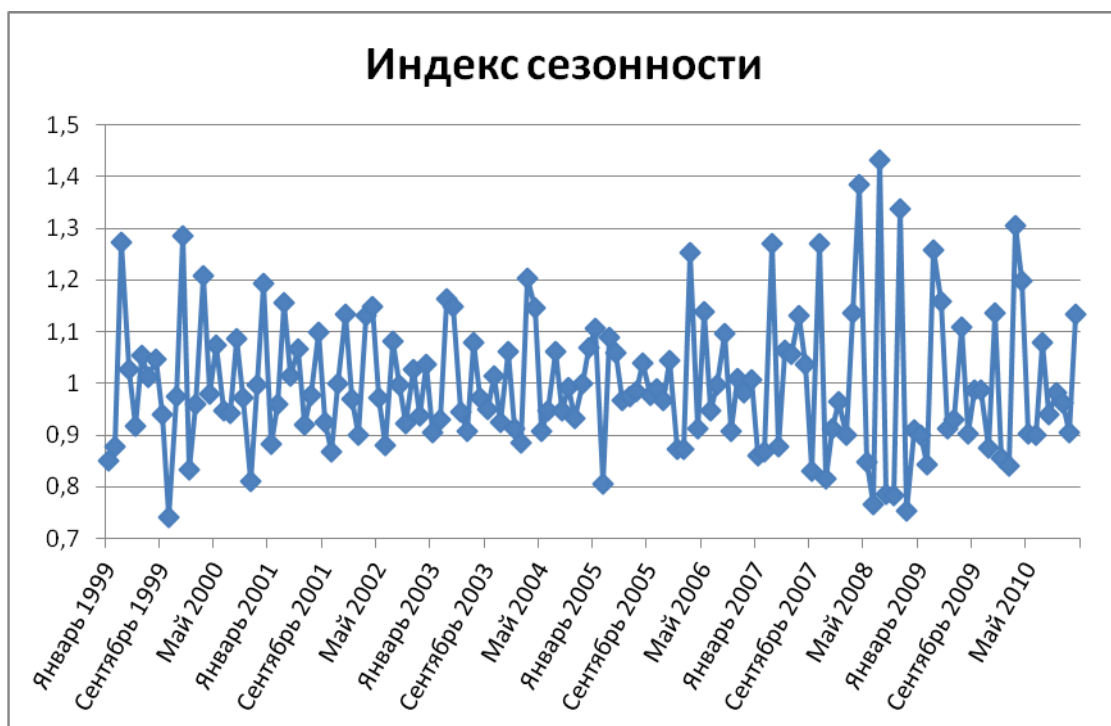


Рисунок 1 - Сезонность налоговых доходов консолидированного бюджета РФ, 1999-2010 гг., сопоставимые цены

Первое наблюдение по горизонтальной оси соответствует январю 1999 года. Сезонные колебания прослеживаются как по месяцам, так и по квартальным данным, однако разброс колебаний по кварталам меньше. Особенности процесса налогообложения приводят к тому, что внутри года налоговые сборы меняются немонотонно, что, возможно, и является причиной сезонности. В то же время квартальная сезонность не имеет такой строгой структуры. Практически аналогичная картина складывается при анализе динамики государственных расходов.

Кроме сезонности, следует отметить такую особенность государственных расходов, как определенная степень политического влияния на конкретные статьи расходов. С одной стороны, при наличии стабильной политической ситуации в стране подобное давление на определенную статью расходов государственного бюджета поддерживает тенденцию в динамике статьи; с другой стороны, резкая смена ситуации способна снизить качество прогноза. В случае, если под влиянием политического давления завышаются расходы на определенную социально-значимую статью в период перед выборами, эффект может быть учтен.

Макроэкономические модели политических циклов обеспечивают теоретические обоснования для подобных эффектов, а их учет возможен путем включения в модель фиктивных переменных в соответствующие периоды. Нерегулярные изменения политической ситуации не поддаются прогнозированию.

Относительно налогов особенностью является строгая зависимость поступлений от налоговой базы, которая, в свою очередь, строго зависит от набора макроэкономических показателей. Объем государственных расходов по отдельным статьям формируется на основании, во-первых, решения об объеме расходов, закрепленного в годовом бюджете, во-вторых – под влиянием реальной ситуации, которая может привести как к завышению, так и к занижению объема расходов. В этой связи величина государственных расходов в гораздо меньшей степени определяются макроэкономическими показателями. Данная особенность позволяет использовать для прогнозирования налогов специальные техники, такие как налоговые калькуляторы и модели прогнозирования поступлений.

### **1.1.3 Общая постановка задачи прогнозирования и смежные проблемы**

Описанные выше общие подходы к моделированию динамики экономических показателей в совокупности с учетом особенностей динамики показателей позволяют разделить на отдельные блоки всю информацию, которая может быть использована при прогнозировании показателей государственного бюджета, а именно:

1. Данные о динамике рядов. Сюда входят все элементы структуры ряда: детерминированный или стохастический тренд, случайные колебания, различные формы лагированной зависимости, сезонность и циклы, случайные шоки различно природы. Методология Бокса-Дженкинса построена на использовании исключительно данной информации.

2. Макроэкономические и иные показатели, оказывающие влияние на динамику доходов и расходов государственного бюджета. Открытым остается вопрос о перечне показателей. В рамках прогнозирования на основе большого массива данных этот перечень можно расширять по максимуму, если же речь идет об известной спецификации эконометрической модели, то формирование перечня показателей осуществляется на основе процедуры отбора. Макроэкономические динамические модели на основе систем одновременных уравнений используют, в основном, именно этот блок данных.

3. К третьему блоку можно отнести всю информацию о возможном поведении прогнозируемого показателя, не относящуюся к его ретроспективной динамике и к макроэкономическим показателям. Для показателей государственного бюджета сюда относится информация о налоговых ставках и их предполагаемых изменениях, изменения в законодательстве о бюджете (как текущие, так и ожидаемые). Все указанные изменения оказывают серьезное влияние на структуру модели прогнозирования.

В наиболее общем виде задача прогнозирования формулируется как оценивание будущей наиболее вероятной динамики отдельных показателей на основе имеющейся на момент составления прогноза информации. Решение задачи может быть разделено на такие этапы, как:

- выбор модели для прогнозирования,
- сбор необходимых эмпирических данных и прочей информации,
- оценивание структурных параметров модели,
- проверка и модификация модели на основе прогноза с учетом обучающей выборки,
- оценка и переоценка качества прогноза.

Отдельно можно выделить этап обратной связи: оценку качества прогноза постфактум при известной реальной динамике экономических показателей. Именно этот этап отсутствует в большинстве моделей прогнозирования, особенно это касается российских моделей.

Вопрос о качестве используемого метода прогнозирования становится тем актуальнее, чем большее количество различных методов рассматривается в работе. В рамках данной работы рассматриваются только эконометрические методы, но их число достаточно велико, можно отметить такие классы моделей, как:

1. Системы одновременных уравнений.
2. Одномерные модели временных рядов (ARIMA и модификации).
3. Многомерные модели временных рядов (SVAR и SVEC модели).



4. Комбинированные методы.
5. Интеллектуальные техники прогнозирования (нейронные сети, системы искусственного интеллекта)
6. Все прочие аналитические методы: построение функций совместного распределения, вейвлет-анализ, спектральный анализ.

На практике для прогнозирования показателей государственного бюджета чаще всего используются модели временных рядов (как одномерные, так и многомерные), и различные экспертные оценки. В контексте практикуемых способов прогнозирования показателей государственного бюджета можно выделить три вопроса о качестве прогнозов:

1. Общая характеристика качества модели, используемой для прогноза. Может быть рассчитана как по обучающей выборке, так и с учетом реальных значений прогнозируемого показателя. Для оценки подходят стандартные показатели качества подгонки, например, RMSE.

2. Сравнительное качество двух различных подходов к прогнозированию. В данном случае используются либо сопоставимые показатели качества подгонки (например, информационные критерии), либо статистические тесты, идентифицирующие статистически устойчивую разницу результатов прогнозирования.

3. Также важным вопросом оценки качества модели является декомпозиция ошибок полученного прогноза. Существует три класса источников ошибок прогнозирования: неверная спецификация самой модели (включая недоучет важных факторов), некорректный метод получения прогноза и статистические явления (сезонность, пересмотры статистических данных, шоки показателя). Ошибка по причине неверной спецификации говорит об относительно более низком качестве модели, чем ошибка по причине использования статистически недостоверных данных.

Итого задача прогнозирования показателей государственного бюджета расширяется путем включения в нее проблемы выбора подходящего метода прогнозирования на основе оценки качества модели и качества прогноза по обучающей выборке.

**Общая схема эконометрических и смежных методов прогнозирования** выглядит следующим образом.

Регрессионный анализ:

1. Классическая модель множественной регрессии.
2. Одномерные модели временных рядов:
  - a. ARIMA.
  - b. Модификации ARIMA (ARMAX, ARFIMA).
  - c. ARIMA\_ARCH, учет условной гетероскедастичности остатков.
  - d. ARIMA с учетом коррекции ошибок.
3. Многомерные модели временных рядов:
  - a. Векторная авторегрессия VAR.
  - b. Структурная векторная авторегрессия SVAR.
  - c. Векторные модели коррекции ошибок VEC\SVEC.
4. Системы одновременных уравнений.
5. Динамические модели на панельных данных.

Прочие методы:

1. Вероятностные подходы
  - a. Построение доверительных интервалов на основе распределения ряда.
  - b. Прогноз на основе анализа многомерной функции распределения.
2. Интеллектуальные техники прогнозирования.
  - a. Нейронные сети.
  - b. Системы искусственного интеллекта.

## **1.2 Эконометрические методы прогнозирования**

### **1.2.1 Методы краткосрочного прогнозирования**

Несмотря на широкое распространение эконометрических моделей, в отдельный класс можно выделить методы краткосрочного или адаптивного прогнозирования. Несмотря на то что граница между эконометрическими методами и методами краткосрочного прогнозирования весьма условна, и, по существу, некоторые эконометрические модели могут с успехом применяться и в

краткосрочном прогнозировании, между данными классами можно выделить некоторые различия.

В отличие от эконометрических моделей, которые в большинстве своем направлены на прогнозирование стационарных процессов и которые используют для прогнозирования весь объем собранной информации, модели краткосрочного прогнозирования позволяют спрогнозировать не то, как будет развиваться процесс в среднем, а каковы тенденции развития этого процесса в данный момент. В связи с вышесказанным, ключевым вопросом, рассматриваемым в моделях краткосрочного прогнозирования, является вопрос преемственности данных. Иными словами адаптивные модели исходят из предпосылки, что устаревшие данные оказывают минимальное влияние на процесс, а прогноз следует строить исходя из самых новых данных.

“Отличие адаптивных моделей от других прогностических моделей состоит в том, что они отражают текущие свойства ряда и способны непрерывно учитывать эволюцию динамических характеристик изучаемых процессов”, - пишет в своей работе Ю.П. Лукашин (Лукашин, 2003).

В свою очередь, говоря об адаптивности и моделях краткосрочного прогнозирования С.Г. Светульников дает следующее определение: “Так под адаптацией понимается способность системы использовать получение новой информации для приближения своего поведения и структуры к оптимальным в новых условиях. Самообучение – это способность системы, адаптируясь к новым условиям корректировать свое поведение с учетом допущенных ошибок”<sup>2</sup>.

Рассмотрим примеры адаптивных моделей.

### **Среднее арифметическое**

$$\hat{Y}_{T+1} = \frac{\sum_{t=1}^T Y_t}{T} \quad (9)$$

---

<sup>2</sup> Методы социально-экономического прогнозирования : учебник для вузов. Том II / С.Г. Светульников, И.С. Светульников. – СПб. : Изд-во СПбГУЭФ, 2010. – 103 с.

Данная модель хорошо описывает стационарные временные ряды, в которых отсутствует влияние тренда и сезонной компоненты; она позволяет сглаживать колебания вызываемые белым шумом. Однако при наличии тренда прогноз будет существенно отставать от фактических данных, причем по мере увеличения горизонта прогнозирования ошибка прогноза будет увеличиваться. Проиллюстрируем это на графике (рисунок 3):

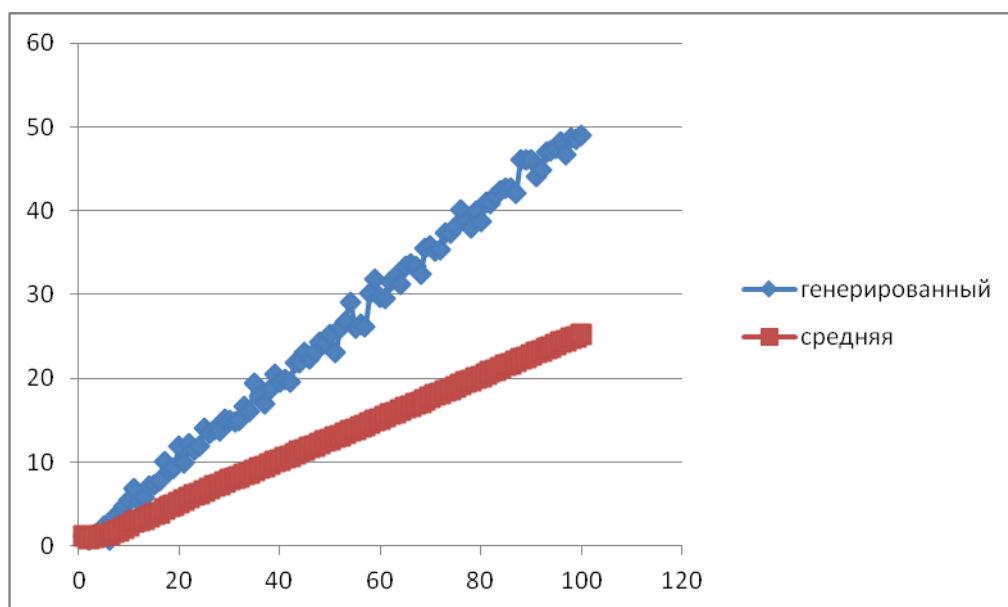


Рисунок 2 - Прогноз на основе среднего арифметического

При наличии сезонных колебаний данная модель также оказывается несостоятельной, так как она перестает учитывать важную компоненту сезонности.

### **Модель скользящего среднего**

Модель скользящего среднего учитывает не весь массив информации, а лишь несколько последних значений ряда. Спецификация в данной модели различна в зависимости от того, сколько периодов рассматривается.

Трехпериодная модель:

$$\hat{Y}_{T+1} = \frac{Y_T + Y_{T-1} + Y_{T-2}}{3} \quad (10)$$

Четырехпериодная модель:

$$\hat{Y}_{T+1} = \frac{Y_T + Y_{T-1} + Y_{T-2} + Y_{T-3}}{4} \quad (11)$$

Пятипериодная модель:

$$\hat{Y}_{T+1} = \frac{Y_T + Y_{T-1} + Y_{T-2} + Y_{T-3} + Y_{T-4}}{5} \quad (12)$$

Основной проблемой модели скользящего среднего является выбор количества периодов, которое нужно учитывать для построения прогноза. Чем больше периодов учитывается в модели, тем более она близка к среднему арифметическому; однако, если учитывать небольшое количество периодов, модель будет близка к “наивной” модели.

Результаты тестирования модели скользящего среднего показывают, что для стационарного временного ряда, в котором отсутствует влияние тренда и сезонности, скользящее среднее дает удовлетворительный прогноз вне зависимости от того, сколько периодов учитывалось в модели. Однако при наличии тренда модель скользящего среднего ведет себя по-разному. Например, модель быстрее адаптируется к влиянию тренда, если в ней учитывается меньше периодов. Если же в модели учитывается много периодов, то прогнозные значения ряда отклоняются от реальных данных. При наличии сезонной компоненты во временном ряде модель скользящего среднего также показывает неудовлетворительные результаты прогнозирования. При включении в модель меньшего числа периодов прогнозные значения запаздывают по сравнению с фактическим, хотя и повторяют их динамику. При включении в модель большого числа периодов, прогнозные значения сглаживаются и не предсказывают сезонных колебаний.

Таким образом, оптимальная модель должна обладать свойством среднего арифметического, если ряд стационарен и не подвержен влиянию тренда и сезонным колебаниям, а при нарушениях стационарности иметь адаптивные свойства. Данное противоречие приводит к тому, что исследователи начинают по-

разному оценивать вклад данных в зависимости от их давности. Иными словами, получила свое развитие модель экспоненциального сглаживания, основной предпосылкой которой является приписывание разных весов старым и новым данным.

### Модель экспоненциального сглаживания

Модель экспоненциального сглаживания или экспоненциально взвешенная модель скользящего среднего присваивает большие веса новым данным; веса же, стоящие при старых данных, экспоненциально убывают. Модель имеет следующий вид:

$$\hat{Y}_{T+1} = \alpha Y_T + (1 - \alpha) \hat{Y}_T, \quad (13)$$

где  $\hat{Y}_{T+1}, \hat{Y}_T$  - прогнозы в период T+1 и T соответственно,  $Y_T$  - фактическое значение наблюдаемого показателя в период T. Величина  $\alpha$  лежит в интервале от 0 до 1.

Иными словами, прогноз на следующий период является функцией, зависящей от значения текущего периода и прогнозного значения текущего периода. Величина  $\alpha$  показывает, какой вес присваивается фактическим значениям предыдущего периода, величина  $1 - \alpha$  интерпретируется сложнее. Используя рекуррентное отношение, можно выразить прогноз на период T+1 следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{T+1} &= \alpha Y_T + (1 - \alpha) \hat{Y}_T = \alpha Y_T + (1 - \alpha) \alpha Y_{T-1} + (1 - \alpha)^2 \hat{Y}_{T-1} = \alpha Y_T + (1 - \alpha) \alpha Y_{T-1} + (1 - \alpha)^2 \alpha Y_{T-2} + \dots + \\ &+ (1 - \alpha)^n \hat{Y}_0 = \alpha \sum_{l=0}^{n-1} (1 - \alpha)^l Y_{T-l} + (1 - \alpha)^n \hat{Y}_0, \quad (14) \end{aligned}$$

где N – количество членов ряда,  $\hat{Y}_0$  - начальный прогноз.

При  $n \rightarrow \infty$  и ввиду того, что  $(1 - \alpha) < 1$  формула экспоненциального среднего принимает следующий вид:

$$\hat{Y}_{T+1} = \alpha \sum_{l=0}^{\infty} (1-\alpha)^l Y_{T-l} \quad (15)$$

Рассмотрим прогноз для ряда вида:

$$Y_T = c + \varepsilon_T, \quad (16)$$

где  $c$  – константа, а  $\varepsilon_T$  – случайная составляющая, имеющая нулевое математическое ожидание и дисперсию  $\sigma^2$ .

В соответствии с этим прогноз на период  $T+1$  принимает следующий вид:

$$\hat{Y}_{T+1} = \alpha \sum_{l=0}^{\infty} (1-\alpha)^l Y_{T-l} = \alpha \sum_{l=0}^{\infty} (1-\alpha)^l (c + \varepsilon_{T-l}) = c + \alpha \sum_{l=0}^{\infty} (1-\alpha)^l \varepsilon_{T-l} \quad (17)$$

Взяв математическое ожидание от прогноза можно удостовериться, что он является несмещенным:

$$M(\hat{Y}_{T+1}) = M(c + \alpha \sum_{l=0}^{\infty} (1-\alpha)^l \varepsilon_{T-l}) = c \quad (18)$$

$$D(\hat{Y}_{T+1}) = M((c + \alpha \sum_{l=0}^{\infty} (1-\alpha)^l \varepsilon_{T-l} - c)^2) = \alpha^2 \sum_{l=0}^{\infty} (1-\alpha)^{2l} \sigma^2 = \frac{\alpha}{2-\alpha} \sigma^2 \quad (19)$$

Таким образом,

$$D(\hat{Y}_{T+1}) < D(Y_T) < \sigma^2 \quad (20)$$

Для ряда, в котором отсутствует влияние сезонности и тренда, математическое ожидание является несмещенным, а дисперсия прогноза меньше, чем дисперсия фактических значений, причем, чем меньше  $\alpha$ , тем меньше дисперсия прогнозного значения.

Рассмотрим, как ведет себя модель экспоненциального среднего при изменении уровня ряда. Аналитическое изменение уровня ряда можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} Y_T &= a_1, t < t_0 \\ Y_T &= a_2, t > t_0 \end{aligned} \quad (21)$$

В соответствии с работой Ю.П. Лукашина рассмотрим реакцию модели на единичный ступенчатый скачок:

$$\begin{aligned} Y_T &= 0, t < 0 \\ Y_T &= 1, t > 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Модель экспоненциального среднего примет следующий вид:

$$\hat{Y}_{T+1} = \alpha \sum_{l=0}^{\infty} (1-\alpha)^l Y_{T-l} = 1 - (1-\alpha)^{t+1} \quad (23)$$

Ввиду того, что член  $(1-\alpha)$  меньше единицы, при увеличении  $t$  прогнозное значение будет приближаться к 1. Соответственно, чем выше величина  $\alpha$ , тем быстрее модель адаптируется к изменению уровня ряда.

Если во временном ряде четко прослеживаются тенденции присутствия линейного тренда:

$$Y_T = t, \quad (24)$$



модель экспоненциально сглаживания будет иметь следующий вид:

$$\hat{Y}_T = t - \frac{(1-\alpha)}{\alpha} (1 - (1-\alpha)^t) \quad (25)$$

Прогнозные значения ряда отстают от фактических, а при увеличении горизонта прогнозирования величина отставания установится на уровне  $\frac{(1-\alpha)}{\alpha}$

Если динамика временного ряда соответствует параболическому тренду:

$$Y_T = t^2, \quad (26)$$

модель экспоненциально сглаживания будет иметь следующий вид:

$$\hat{Y}_T = t^2 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} t + \frac{(1-\alpha)(2-\alpha)}{\alpha^2} (1 - (1-\alpha)^t) \quad (27)$$

Прогнозные значения ряда, как и в случае присутствия в нем линейного тренда, отстают от фактических, причем в каждом последующем периоде отставание становится все больше. Величина отставания для модели имеет следующий вид:

$$\frac{2(1-\alpha)}{\alpha} t - \frac{(1-\alpha)(2-\alpha)}{\alpha^2}$$

*Выбор параметра  $\alpha$*

Существуют различные алгоритмы получения параметра экспоненциального сглаживания. Основная суть данных методов заключается в том, чтобы выбрать такое значение величины  $\alpha$ , при котором обеспечивалась бы наибольшая точность прогноза. Рассмотрим один из таких методов, в основе которого лежит следующая формула:

$$\alpha_{t+2} = \left| \frac{F_{t+1} - S_{t+1}}{S_{t+1}} \right| = |PE_{t+1}| \quad (28)$$

В том случае, если значение  $|PE_{t+1}| > 1$ , то  $\alpha_{t+2} \approx 0,999$

Если значение  $|PE_{t+1}| = 0$ , то  $\alpha_{t+2} \approx 0,0001$

Подобный адаптивный алгоритм придает значениям  $\alpha$  низкие значения ( $< 0,1$ ) в том случае, если временной ряд стационарен и уровень ряда не меняется. При изменении уровня ряда значение  $\alpha$  резко возрастают, однако когда ряд приспособляется к новому уровню, значение параметра снова снижается.

#### **Модель экспоненциального сглаживания, учитывающая тренд**

В данной модели тренда рассматривается как серия последовательных изменений уровня ряда. В отличие от обычной модели экспоненциального сглаживания, в модели экспоненциального сглаживания, учитывающей тренд, присутствует два уравнения и оцениваются два параметра. Модель специфицируется следующим образом:

$\hat{Y}_{t+\tau} = L_t + \tau T_t$  - уравнение, на основе которого оценивается прогноз временного ряда, при этом  $L_t$  - оценка уровня временного ряда,  $T_t$  - влияние тренда.

$$L_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (29)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}, \quad (30)$$

где  $\alpha, \beta \in (0;1)$

Уравнение (29) представленной модели схоже с уравнением модели экспоненциального сглаживания. Основным отличием является включения в модель влияния тренда;  $L_t$  является прогнозом, а уровнем ряда в период  $t$ . Первый член уравнения отвечает за фактическое значение временного ряда, второй член представляет собой сумму двух слагаемых: оценки уровня ряда за  $t$  и изменения уровня ряда за предыдущий период. Уравнение (30) описывает оценку влияния тренда и представляет собой сумму изменения уровня ряда и оценки влияния тренда за предыдущий период. После оценки параметров  $L_t$  и  $T_t$  можно сделать прогноз по следующей формуле:

$$\hat{Y}_{t+\tau} = L_t + \tau T_t, \quad (31)$$

где  $\tau$  характеризует количество периодов, за которое делается прогноз.

#### **Модель экспоненциального сглаживания, учитывающая тренд и сезонность**

Прежде чем анализировать модель экспоненциального сглаживания, учитывающую тренд и сезонность следует, прежде всего, ввести понятие мультипликативной сезонной корректировки. Мультипликативная сезонная корректировка показывает, в сколько раз фактическое значение наблюдаемой величины превышало бы наблюдаемое значение, на которое не оказывали бы влияние сезонные колебания.

Модель экспоненциального сглаживания с трендом и сезонностью включает три уравнения:

$$L_t = \alpha(Y_t / SA_{t-C}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (32)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (33)$$

$$SA_t = \gamma(Y_t / L_t) + (1 - \gamma)(SA_{t-C}) \quad (34)$$

где SA – сезонная корректировка, C- период сезонных колебаний,  $\gamma \in (0;1)$ , а остальные параметры аналогичны параметрам предыдущей модели.

Таким образом, в первом уравнении системы происходит оценка уровня ряда, в следствие чего сезонные колебания сглаживаются путем деления фактических значений временного ряда на величину сезонной корректировки. Второе уравнение модели остается неизменным. Третье уравнение является реализацией процедуры экспоненциального сглаживания для величины сезонной корректировки. После оценки всех вышеперечисленных параметров модель позволяет сделать прогноз по формуле:

$$\hat{Y}_{t+\tau} = (L_t + \tau T_t) SA_{t-C+m} \quad (35)$$

Использование данного метода дает неточные результаты на первых этапах прогнозирования, когда не имеется достаточных данных о первом периоде сезонных колебаний.

#### *Метод выбора $\alpha, \beta, \gamma$*

Один алгоритмов выбора параметров  $\alpha, \beta, \gamma$  был разработан исследователями Робертсом и Ридом в 1969 г. (метод SAFT). Суть метода заключается в том, что всем параметрам присваивается значения от 0,05 до 0,95 с шагом 0,05. В ходе такого перебора выбирается лучшая комбинация параметров, т.е. такая комбинация параметров, при которой уровень средняя абсолютная ошибка прогноза, выраженная в процентах является наименьшей. Затем задается локальный поиск наилучшей комбинации в окрестности уже найденной комбинации наилучших значений параметров, который производится с шагом 0,01.

Основной недостаток описанного выше метода заключается в громоздкости вычислений. Ввиду данного недостатка была разработан метод (AEES), который по своей сути является комбинацией методов SAFT и алгоритмом выбора параметра  $\alpha$

при экспоненциальном сглаживании стационарного ряда. Иными словами, изначально параметр  $\alpha$  вычисляется с помощью следующей формулы:

$$\alpha_{t+2} = \left| \frac{F_{t+1} - S_{t+1}}{S_{t+1}} \right| = |PE_{t+1}| \quad (36)$$

В том случае, если значение  $|PE_{t+1}| > 1$ , то  $\alpha_{t+2} \approx 0,999$

Если значение  $|PE_{t+1}| = 0$ , то  $\alpha_{t+2} \approx 0,0001$

Затем производится перебор параметров  $\beta, \gamma$  в пределах от 0,05 до 0,95 с шагом 0,05. После нахождения такой комбинации параметров, при которой средняя ошибка прогноза выраженная в процентах является минимальной, начинается локальный поиск оптимальных значения с шагом 0,01.

Таким образом, данный метод позволяет существенно снизить объем вычислений.

### 1.2.2 Эконометрические модели временных рядов

Второй класс моделей – классические модели множественной регрессии. Такой метод не позволяет определить прогнозируемое значение показателя, однако дает важную информацию о причинно-следственных связях. С помощью можно установить, какие именно макроэкономические показатели оказывают влияние на итоговые показатели государственного бюджета.

Для оценки прогнозных значений государственных расходов можно воспользоваться парной регрессией временных рядов, приведенных к стационарному виду тем или иным способом. К примеру, в работе (Hall, 2009) использовались ряды, приведенные к относительным темпам прироста:

$$\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = c + m \frac{g_t - g_{t-1}}{y_{t-1}} + \varepsilon_t \quad (37)$$

где  $y_t$  – валовой национальный доход или валовой выпуск, а  $g_t$  – государственный расходы, или же отдельная статья государственных расходов. При этом колебания валового внутреннего продукта (ВВП) на душу населения можно считать экзогенными, а коэффициент наклона интерпретируется как средний за рассматриваемый период мультипликатор государственных расходов. Данный метод применим только в том случае, если государственные расходы в рамках рассматриваемого периода волатильны. При плавном росте стоящие в правой части разности будут слишком малы для того, чтобы получить адекватный прогноз, и у подобной регрессии не будет преимущества перед простым прогнозом по среднему значению. Однако в случае, если различные статьи расходов государственного бюджета предполагаются несвязанными (некоррелированными) между собой во времени и хотя бы некоторые направления государственных расходов подвержены резким изменениям. При этом в правую часть уравнения в качестве объясняющей переменной помещается прирост наименее стабильных во времени статей государственных расходов, влияние всех прочих статей и их изменений интерпретируется как случайная составляющая, а отсутствие корреляции между различными направлениями государственных расходов гарантирует выполнение условий теоремы Гаусса-Маркова, что позволяет применять обычный метод наименьших квадратов.

Данный способ дает точные результаты в случае, если на длительном промежутке времени присутствуют как периоды относительно стабильных государственных расходов, так и периоды их резкого роста, например, с помощью простой регрессии можно оценить мультипликатор военных расходов в экономике США во второй половину XX века. В России для применения просто регрессии нет ни достаточно длинных рядов, ни достаточно волатильных статей расходов государственного бюджета. С другой стороны, оценка прогноза государственных расходов на определенный долгосрочный проект и соответствующий прогноз доходов может быть рассчитан с помощью простой регрессии, поскольку относительно обособленный проект не зависит от прочих расходов бюджета.

Для оценки прогноза нескольких показателей необходимо, соответственно, несколько эконометрических уравнений, а также определенная схема связи между ними. Существуют два основных подхода к оцениванию нескольких уравнению одновременно: модели векторной авторегрессии и системы одновременных

уравнений. Существуют прикладные исследования, в рамках прогнозирования показателей государственного бюджета осуществляется на основе первого, так и второго подхода, описание самих подходов и примеров приведено ниже.

Поскольку речь идет о прогнозировании временных рядов, имеет смысл рассматривать вместо традиционных одновременных моделей множественной регрессии модели распределенных лагов вида:

$$T_t = a + \sum_{i=1}^p \beta_i T_{t-i} + \sum_{j=1}^l \sum_{i=0}^k \theta_i^{(j)} X_{t-i}^{(j)} + \varepsilon_t \quad (38)$$

где  $X$  – некоторый экзогенный фактор, оказывающий влияние на налоговые поступления,  $l$  – общее количество таких факторов,  $k$  – распределенный лаг факторов. В случае, если  $p=0$ ,  $k=0$ , модели распределенных лагов вырождаются в простую модель множественной регрессии между временным рядом налоговых поступлений и набором независимых временных рядов – регрессоров.

Построение прогнозов на основе моделей распределенных лагов (ADL) связано с такой проблемой, как стационарность. В случае, если указанные ряды нестационарны (к примеру, содержат линейный тренд), зависимость между ними может оказаться «мнимой регрессией». Если речь идет о рядах, стационарных относительно тренда (TS), проблема решается учетом тренда. Если же ряды имеют структуру DS и при этом не являются коинтегрированными, модель распределенного лага можно строить только в первых разностях. В общем случае можно выделить два подхода: тестировать ряды на стационарность и использовать результаты теста для выбора в пользу той или иной модификации модели, или же сразу дифференцировать ряды независимо от того, являются ли они стационарными. Однозначного ответа на вопрос о том, какой способ лучше, нет. На основе ряда экспериментов с различными процессами, порождающими данные, и различными способами прогнозирования соответствующих показателей, для короткого ряда квартальных данных нельзя дать никаких рекомендаций в плане дифференцирования, поскольку не известно, как повлияет на качество прогноза дифференцирование стационарного относительно тренда ряда или же отсутствие

необходимого дифференцирования (Энтов и др., 2002). В данной работе модели распределенных лагов строятся как в разностях, так и в уровнях. Кроме того, наличие коинтеграционного соотношения позволяет построить регрессию в виде модели коррекции ошибок:

В работе проводятся все необходимые тесты на стационарность и коинтеграцию, что позволяет провести собственный эксперимент и увидеть зависимость качества прогноза от соответствия применяемого метода результатам тестирования. То же самое касается интегрированной модели авторегрессионного скользящего среднего, авторегрессионной модели скользящего среднего с экзогенными параметрами и VAR/VEC.

Кроме проблемы стационарности, прогнозирования с помощью моделей распределенных лагов требует определенной процедуры выбора лагов  $p$  и  $k$ , а также спецификации набора факторов  $X$ , входящих в модель. Проблема выбора лагов, в соответствии с парадоксом прогнозирования, не может быть решена с помощью традиционных информационных критериев, в данном случае она решается перебором различных комбинаций  $p$  и  $k$ , ограниченным объемом выборки.

Третий класс моделей – уже упомянутые модели Бокса-Дженкинса, описываемые в общем виде выражением (6), в дальнейшем обозначаются как ARIMA. Эти модели также оцениваются как в уровнях, так и в разностях. Кроме того, имеет смысл учитывать в моделях тренд, поскольку прогнозируемые ряды могут оказаться TS-рядами, и сезонность. Сезонность в моделях Бокса-Дженкинса можно учитывать тремя способами: аддитивно как набор фиктивных переменных для каждого квартала, аддитивно в виде включенных компонент AR(4), MA(4), а также мультипликативно в виде SAR/SMA составляющих, в таком случае речь идет об авторегрессионных моделях скользящего среднего с сезонностью (SARIMA). В формуле (6) отсутствует тренд и включена мультипликативная форму сезонности, что делает эту формулу не подходящей для описания всех используемых в работе ARIMA-моделей. На самом деле в исследовании применяются 2 различных формулировки ARIMA-моделей в общем виде. В формулу (6) входят модели в уровнях (при  $d=0$ ) и в разностях, с мультипликативной сезонностью или же без сезонности (при  $s=0$ ), а также модели с аддитивной сезонностью в виде AR(4) и MA(4). В последнем случае  $s=0$ , а также нулевыми являются все коэффициенты при



AR и MA-компонентах от  $p$  до 3, если таковые имеются в формулировке модели. Расширить данную модель можно путем включения трендовой составляющей:

$$T_t = [Q(B)Q^s(B)U_t]/[(1 - B)^d(1 - B^s)^D P(B)P(B^s)] + \alpha t \quad (39)$$

Вторая формулировка подразумевает использования только аддитивной сезонности в виде набора фиктивных переменных, соответственно, из уравнения исключаются операторы сезонного дифференцирования  $D$ , полиномы сезонного скользящего среднего  $Q_s(B)$  и сезонной авторегрессии  $P(B^s)$ :

$$T_t = [Q(B)U_t]/[(1 - B)^d P(B)] + \alpha t + \sum_{i=1}^3 \beta_i D_i \quad (40)$$

где сезонность учтена аддитивно в виде набора фиктивных переменных  $D_1, D_2, D_3$ , причем

$$D_i = \begin{cases} 1, & i - \text{ый квартал} \\ 0, & \text{иной квартал} \end{cases} \quad (41)$$

Наличие в модели 3 фиктивных переменных из 4 возможных позволяет не исключать из формулировки константу и при этом избежать мультиколлинеарности. Заметим, что существует принципиальная возможность с помощью предварительного тестирования определить, какой тип сезонности лучше описывает сезонные колебания анализируемого ряда, однако не факт, что именно полученный в рамках такого тестирования тип сезонности обеспечит максимально точный прогноз.

Кроме выбора между уровнями и разностями, тренда и различных типов учета сезонности, интегрированные модели авторегрессионного скользящего среднего различаются по количеству учитываемых лагов. Комбинация лага авторегрессии и лага скользящего среднего, обеспечивающая максимально точный прогноз,

выбирается на основе перебора различных лагов, ограниченного рекомендацией авторов модели  $p+q \leq 4$ , а также числом наблюдений. Всего для каждого из анализируемых рядов оцениваются 108 различных ARIMA-моделей.

Модель Бокса-Дженкинса можно модифицировать как минимум тремя различными способами: добавив экзогенные переменные, условную гетероскедастичность случайных остатков или же расширив пространство порядка интегрирования до дробных значений. В первом случае речь идет о моделях класса ARMAX (авторегрессионная модель скользящего среднего с экзогенными параметрами). Модели ARMAX могут быть сведены к комбинации моделей распределенных лагов с ошибками, описываемыми процессом скользящего среднего, или же учтены как отдельный класс. В общем виде модель можно записать как:

$$T_t = a + \sum_{i=1}^p \beta_i T_{t-i} + \sum_{j=1}^l \sum_{i=0}^k \theta_i^{(j)} X_{t-i}^{(j)} + \sum_{i=1}^q \delta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad (42)$$

Примеров прогнозирования налоговых поступлений на основе ARMAX-моделей нет, однако для прогнозирования налоговых поступлений данный класс моделей подходит наилучшим образом, поскольку позволяет учесть и показатели налоговой базы (или их инструментальные переменные), и хорошо зарекомендовавшие себя ARMA-структуры. Как и в случае с моделями распределенных лагов, возникает проблема выбора адекватных экзогенных показателей, однако логично использовать именно налоговые базы соответствующих налогов.

Модели условной гетероскедастичности, авторегрессионная условная гетероскедастичность (ARCH), обобщенная авторегрессионная условная гетероскедастичность (GARCH) и прочие подходят для моделирования и прогнозирования рядов, склонных к формированию участков высокой волатильности наряду со «спокойными» участками, в первую очередь это ряды финансовых показателей. Налоговые поступления и государственные расходы, хотя и являются нестационарными рядами, но относятся скорее к рядам, стационарным относительно тренда, то есть их дисперсии постоянны. Даже если это не так, то

переменная дисперсия используемых в данном исследовании рядов не столь волатильна, чтобы моделировать ее динамику отдельным уравнением. Поэтому модели класса ARCH в дальнейшем не рассматриваются.

То же самое касается моделей с дробным порядком интегрирования, ARFIMA. С одной стороны, есть исследования, демонстрирующие преимущества данных моделей с точки зрения прогнозирования, с другой – все используемые ряды, как будет показано ниже, являются стационарными в первых разностях, и использовать для анализа модели с порядком интегрирования, отличным от 1, не имеет смысла.

### **1.2.3 Многомерные модели временных рядов**

Все перечисленные выше модели были одномерными и их анализ позволил бы определить оптимальную с точки зрения прогнозирования модель в классе одномерных моделей. Однако имеет смысл расширить список используемых моделей и учесть многомерные модели временных рядов по двум причинам. Во-первых, существует опыт применения моделей векторных авторегрессий для анализа и прогнозирования показателей государственного бюджета, примеры статей приведены ниже. Во-вторых, возможно, многомерные модели обеспечивают более высокое качество прогнозирования. Рассматриваются модель векторной авторегрессии и две ее возможные формулировки – модель векторной коррекции ошибок VEC и структурная модель векторной авторегрессии SVAR.

Как и все вышеперечисленные модели, модели векторной авторегрессии используются в виде множества различных формулировок. Во-первых, можно строить векторную авторегрессию в разностях, в уровнях, или же в виде коррекции ошибок. Во-вторых, можно учитывать в векторных авторегрессиях тренд, а также сезонность различными способами. Наконец, модели различаются по количеству включенных лагов. Как и прежде, построение прогноза по модели с максимальным качеством подгонки не гарантирует оптимальности данной модели для прогнозирования, поэтому прогнозы строятся во всем перечисленным моделям.

Модель векторной авторегрессии представляет собой систему уравнений с лагированными значениями переменных, в рамках которой каждый показатель в текущий момент времени зависит от предыдущих значений всех учитываемых показателей. Подобная спецификация позволяет оценивать влияние единичного импульса любого показателя на все остальные в виде так называемой функции

отклика – функции изменений параметра во времени при единичном шоке другого параметра. На основе учтенных причинно-следственных связей может быть построен прогноз, общая формулировка модели:

$$\begin{pmatrix} G_t^{(1)} \\ \dots \\ G_t^{(n1)} \\ T_t^{(1)} \\ \dots \\ T_t^{(n2)} \\ X_t^{(1)} \\ \dots \\ X_t^{(n3)} \end{pmatrix} = \underbrace{\delta}_{n \times 1} + \sum_{i=1}^k \underbrace{\theta_i}_{n \times n} \begin{pmatrix} G_{t-i}^{(1)} \\ \dots \\ G_{t-i}^{(n1)} \\ T_{t-i}^{(1)} \\ \dots \\ T_{t-i}^{(n2)} \\ X_{t-i}^{(1)} \\ \dots \\ X_{t-i}^{(n3)} \end{pmatrix} + \underbrace{\varepsilon}_{n \times 1} \quad (43)$$

В приведенной выше общей формулировке модели векторной авторегрессии G–государственные расходы, разделенные на n1 составляющих, T–налоги, причем в модели учитываются n2 типов налогообложения, X–все прочие показатели, среди которых в обязательном порядке валовой внутренний продукт. Через  $\theta$  обозначена матрица коэффициентов, которые необходимо оценить, а через  $\varepsilon$  – вектор случайных остатков. В частном случае можно построить модель, в которую будут входить только совокупные налоговые доходы и валовой внутренний продукт.

На основе модели векторной авторегрессии можно оценить функцию отклика каждой переменной на единичный шок другой переменной, получив, таким образом, приближенное решение разностного уравнения, соответствующего основному определению мультипликатора. Если через X обозначить вектор всех переменных, входящих в модель векторной авторегрессии, то формула для расчета функции отклика следующая

$$\vec{X}_t = \vec{\delta} + a_1 \vec{X}_{t-1} + \dots + a_1 \vec{X}_{t-1} + \vec{\varepsilon} \quad (44)$$

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\partial X_{T+t}^{(i)}}{\partial X_T^{(j)}}, t > T \\ 0, t \leq T \end{cases} \quad (45)$$

В большинстве эконометрических пакетов расчет функции отклика является одной из встроенных команд, что значительно упрощает процесс ее оценки.

Модель векторной авторегрессии легко оценивается с помощью обыкновенного метода наименьших квадратов уравнение за уравнением, позволяет получить состоятельные и несмещенные оценки коэффициентов и не нуждается в статистической значимости полученных оценок. Кроме того, спецификация модели как системы регрессионных уравнений с лагами обеспечивает моделям векторной авторегрессии еще целый ряд преимуществ как с точки зрения возможности применения для прогнозов, так и в целом.

- а. По сравнению с системой одновременных уравнений оценивание модели векторной авторегрессии не предполагает предварительного решения проблемы идентифицируемости. Такие формулировки эконометрических моделей, как модель векторной авторегрессии или приведенная форма системы одновременных эконометрических уравнений, остаются идентифицируемыми в любом случае.
- б. Модель векторной авторегрессии позволяет рассчитывать прогнозные значения показателей, включенных в модель, на следующие периоды времени. В принципе, для расчета мультипликаторов это свойство бесполезно, однако на основе полученных в рамках модели мультипликаторов можно составить сценарный прогноз.
- в. Как правило, модель векторной авторегрессии характеризуется низкой дисперсией остатков. Причина заключается в том, лагированные значения показателей практически полностью объяснить дисперсию результирующего показателя, в результате чего стандартная ошибка регрессии меньше, чем, например, в одномерных моделях временных рядов.
- г. При оценивании модели векторной авторегрессии полученные функции отклика дают косвенное представление о лагах. На самом деле формулировка уравнений подразумевает экзогенный максимальный лаг, и способов его прямого оценивания нет. Однако график функции отклика позволяет

отследить момент, после которого эффект импульса становится незначимо отличным от нуля.

- д. Векторные модели авторегрессии предоставляют широкие возможности для применения различных уровней агрегации данных и различных показателей, при наличии достаточного количества наблюдений можно легко увеличить размерность модели. В работе (Perotti, 2007) использовались логарифмы национального дохода, государственных расходов, совокупных чистых налогов, сальдо торгового баланса и реального обменного курса национальной валюты. Соответственно, модель позволяла оценить влияние единичного шока государственных расходов на все прочие показатели. При этом использовались квартальные данные (92 наблюдения).

Примером применение модели векторной авторегрессии для оценки прогнозных значений расходов бюджета приведен, например, (Giordano, Momigliano, Neri, Perotti, 2008). В данной работе модель векторной авторегрессии составлена из семи переменных: реальный ВВП частного сектора, уровень инфляции, уровень занятости в частном секторе, номинальная ставка процента по десятилетним обязательствам, государственные расходы на товары и услуги, зарплаты в государственном секторе и чистые налоги. При этом все показатели скорректированы на уровень цен и очищены от сезонных колебаний.

Особенность результатов прогнозирования показателей государственного бюджета с помощью моделей векторной авторегрессии является тот факт, что все используемые переменные включены в модель как эндогенные. Неизвестно, влияет ли этот факт на качество получаемых прогнозов положительно или отрицательно, однако эндогенизация переменных позволяет избежать негативного влияния их случайных колебаний. Кроме того, модели векторной авторегрессии позволяют оценивать мультипликаторы, которые в дальнейшем можно применять для составления долгосрочных прогнозов. Оценки мультипликаторов оказываются заниженными по сравнению с теми результатами, которые предсказывает экономическая теория. В большинстве работ результирующий мультипликатор государственных расходов оказывается меньше единицы, а период процесса мультипликации – меньше 4 лет. Для получения оценок без указанного смещения вниз необходимо строго подходить к спецификации модели, возможно – исключить из рассмотрения все переменные, кроме имеющих непосредственно отношение к

бюджетной политике. Стоит отметить, что в моделях структурной векторной авторегрессии мультипликатор (по крайней мере, в ряде работ) оказывается выше единицы.

подавляющее большинство экономистов, чьи исследования касались прогнозирования показателей бюджета, в последние 10 лет использовали модели векторной авторегрессии (см. например, Favero, Givazzi, 2010; Blanchard, Perotti, 2004). Стоит отметить, что в основном речь шла именно SVAR-моделях (модели структурной векторной авторегрессии), позволяющих учитывать одновременные эффекты и балансовые уравнения в модели векторной авторегрессии. Применяемые модели векторной авторегрессии отличаются по спецификациям, методам идентификации параметров и методом оценивания, набору используемых переменных, однако результаты расчетов более-менее совпадают: модели позволяют построить прогноз налоговых поступлений и государственных расходов, а также оценить мультипликаторы.

Структурные модели векторной авторегрессии (SVAR) как инструмент моделирования и прогнозирования экономических получили распространение в начале XXI века. На практике в ходе оценивания SVAR-модели на основе реальных данных возникает ряд частных проблем, относительно решения которых нет единого мнения, однако есть варианты. К таким проблемам оценивания относятся идентифицируемость, стационарность, выбор оптимальной величины лага, выбор необходимого уровня агрегации, выбор экономических показателей, которые необходимо включить в модель, а также методов их первичной обработки. Все они так или иначе уже решены несколькими способами, и задача заключается лишь в том, чтобы прийти в итоговой спецификации модели к наиболее удобным или наиболее адекватным из них. В дальнейшем речь пойдет только об исследованиях на основе моделей структурной векторной авторегрессии.

Записать общую формулировку структурной модели векторной авторегрессии достаточно сложно, так что для примера ограничимся формулировкой в случае одного лага по времени:

$$A\vec{Y}_t = \delta + B\vec{Y}_{t-1} + \vec{\varepsilon} \quad (46)$$

где  $A$ ,  $B$  – матрицы коэффициентов,  $\varepsilon$  – вектор ошибок,  $Y$ –вектор переменных, учитываемых в модели. Отличие от обыкновенной модели векторной авторегрессии состоит лишь в том, что в формулировке присутствует неизвестная матрица коэффициентов  $A$ . Элементы данной матрицы отвечают за одновременные уравнения, и именно они интерпретируются как мультипликаторы. Правую и левую часть уравнения можно умножить слева на матрицу, обратную к матрице  $A$ :

$$\vec{Y}_t = A^{-1}\delta + A^{-1}B\vec{Y}_{t-1} + A^{-1}\varepsilon \quad (47)$$

Подобная формулировка позволяет с помощью МНК оценить матрицу  $A^{-1}B$  и остатки модели. При этом основная проблема заключается в том, чтобы идентифицировать модель (то есть оценить все элементы матрицы  $A$  и все элементы матрицы  $B$ ), или хотя бы получить оценки необходимых элементов матрицы  $A$ , которые интерпретируются в итоге как мультипликаторы. Кроме того, как и обычная модель векторной авторегрессии, SVAR-модель требует оценки или экзогенной установки лага, стационарности, определения уровня агрегации модели и первичной обработки необходимых данных. Все эти вопросы обсуждаются ниже.

Кроме тривиальной версии, в рамках которой в принципе не учитываются одновременные уравнения, и описанной выше методики учета одновременных изменения с помощью фиктивных переменных, существуют еще три подхода к идентификации элементов матрицы  $A$ , два из которых основаны на принципе разложения Холецкого. Согласно данному принципу, любую действительную, положительно определенную симметрическую матрицу можно разложить на произведение диагональной матрицы с положительными элементами на саму себя транспонированную, при этом существует единственное разложение для каждой матрицы. В совокупности с известными свойствами матрицы ковариаций данное разложение позволяет оценить элементы матрицы  $A$ . При этом структура матрицы  $A$  накладывает ограничения на одновременные уравнения. Например, обязательно существует переменная, которая не зависит от всех прочих в рамках одного квартала. С экономической точки зрения существование подобных связей обоснованно.



Для реализации принципа разложения Холецкого используется выражение  $A^{-1}\xi = \vec{u}$ . Вектор  $u$ , получивший в западной литературе название «фискальные инновации», обладает неизвестными свойствами, однако может быть оценен напрямую с помощью метода наименьших квадратов. Вектор  $\xi$  обладает стандартными статистическими свойствами «белого шума». Элементы данного вектора не коррелируют между собой и со своими предыдущими значениями, математическое ожидание каждого элемента равно нулю, дисперсия постоянна. В идеале вектор имеет многомерное нормальное распределение. Строго говоря, подобные свойства необходимо проверить, однако проверка в явном виде (тестирование ARCH-эффектов, тестирование гипотезы о нормальном распределении) была реализована только в одной из рассмотренных работ (Giardano, Momigliana, Neri Perotti, 2008).

В основе разложения Холецкого лежит принцип направленных одновременных реакций. Предположим, что в модель входят только три переменные: государственные расходы, налоги и валовой внутренний продукт. Предположим также, что государственные расходы являются экзогенной переменной, налоги могут демонстрировать одновременную реакцию на изменения государственных расходов, а выпуск зависит как от госрасходов, так и от налогов в рамках одного и того же периода. При этом матрица одновременных зависимостей имеет диагональную структуру и может быть идентифицирована. На практике (Perotti, 2004) рекомендуется подтверждать предположения об одновременных реакциях тестированием причинно-следственной связи по Грейджеру. Прогноз существенно зависит от направления причинно-следственных связей.

Институциональный метод также подразумевает работу с векторами случайных остатков, однако зависимость между ними оценивается методом инструментальных переменных с учетом специфики бюджетной системы страны. В отличие от простого применения принципа разложения Холецкого, матрица  $A$  в результате не обязательно окажется диагональной. Предположения о структуре матрицы  $A$  в данном случае строятся на основе анализа институционально обусловленных зависимостей между показателями бюджетной политики, учитывается порядок принятия решений, мнение правительства о допустимом бюджетном дефиците, а также результаты тестирования по Грейджеру. Целевая

структура матрицы  $A$  содержит ровно половину нулевых элементов (не считая единиц на диагонали). При этом после формирования общего представления о структуре матрицы  $A$  ее элементы оцениваются различными способами, в основном используется оценка регрессии методом инструментальных переменных: такой метод решает проблему взаимной зависимости используемых фискальных инноваций между собой.

Третий метод идентификации структурной модели векторной авторегрессии с помощью метода наименьших квадратов представляет собой задачу нелинейной оптимизации.

Основная идея данного метода заключается в том, каждый параметр как матрицы  $A$ , так и матрицы  $B$  может быть оценен, однако стандартные методы эконометрического оценивания не подходят для решения данной задачи, поскольку в приведенной постановке SVAR-модели элементы матриц  $A$  и  $B$  входят в уравнение нелинейно.

Для оценки можно применить, например, метод максимального правдоподобия, который позволяет получить пусть смещенные, но состоятельные и асимптотически эффективные оценки. При этом возникающая в рамках метода правдоподобия оптимизационная задача может быть решена только численно, например, методом штрафных функций. Для упрощения задачи можно использовать разложение Холецкого, однако итоговые оценки все равно получаются как результат решения задачи нелинейной оптимизации. Преимущество в том, что число одновременных уравнений в данном случае не ограничено (в остальных случаях оно равно на единицу меньше числа переменных). Основной недостаток заключается в сложности расчетом: реализация расчетов проходит в специальной программе GAMS (Mountforg, Uhlig, 2008).

Четвертая идея заключается в отказе от использования матрицы  $A$  и ее замене на набор фиктивных переменных. По сути, фиктивная переменная позволяет регрессорам меняться одновременно и частично заменяет балансовые уравнения. Именно такой способ идентификации используется в рамках RS-подхода (Ramey, 2011). Как уже было сказано выше, в нескольких статьях Perotti применял и одновременные уравнения, и фиктивные переменные для наиболее значимых фискальных эпизодов.

Таким образом, каждый из предложенных методов прямо или косвенно основан на принципе разложения Холецкого. Стоит отметить, что разложение удобно проводить для модели малой размерности, в которой относительно просто упорядочить переменные по одновременному влиянию. В одной из работ Perotti применял разложения Холецкого для модели с пятью переменными: государственные расходы, выпуск, инфляция, налоги, ставка процента. В соответствии со структурой полученной матрицы, государственные расходы в рамках периода экзогенны, выпуск реагирует только на шок государственных расходов, далее по порядку идут уровень инфляции, налоги, ставка процента, и каждая следующая переменная демонстрирует одновременную, реакцию на шок предыдущей. Все связи подтверждены с помощью теста Грейнджера.

Общий вывод заключается в том, что для моделирования динамики экономических показателей, для оценки налоговых мультипликаторов и мультипликаторов государственных расходов, а также для оценки долгосрочных взаимозависимостей модели структурной векторной авторегрессии являются наиболее подходящим инструментом. Связанные с их использованием проблемы – сложность процедуры оценивания и неоднозначность в идентификации матрицы  $A$ , имеют несколько известных решений. Однако в плане прогнозирования структурной модели векторной авторегрессии создают дополнительную проблему, которая заключается в том, что прогноз можно построить только по однозначно идентифицируемой модели (ссылка), построить которую на основе вышеперечисленных методов оценки матрицы  $A$  удастся не всегда. Поэтому структурные модели векторной авторегрессии используются ограниченно: только двумерные модели с разными лагами и разными факторами, и только те факторы, в отношении которых направление влияния известно.

Кроме SVAR-моделей, одновременные эффекты можно оценивать с помощью системы одновременных уравнений. Однако ряд свойств данного эконометрического инструмента ставит его в невыгодной по отношению к моделям структурной векторной авторегрессии положение. Во-первых, система одновременных уравнений может оказаться неидентифицируемой в принципе в случае, если число уравнений в приведенной форме меньше числа переменных. Во-вторых, для оценки коэффициентов системы одновременных уравнений используются сложные методы: двухшаговый и трехшаговый метод наименьших квадратов, в то время как модель

векторной авторегрессии может быть оценена обыкновенным методом наименьших квадратов. Наконец, для построения системы одновременных уравнений важна структура взаимосвязей между переменными, что означает, что в основе оценивания лежит некоторая макроэкономическая модель.

Простейшим примером может служить модель закрытой экономики IS-LM в линейной форме. Из экономической теории известны формулы мультипликаторов государственных расходов и налогов в зависимости от основных параметров модели. Кроме того, известны входящие в модель уравнения. В исходном виде модель можно описать с помощью пяти уравнений:

$$Y = C + I + G + Nx \quad (48.1)$$

$$C = C_a + mpc * (Y - T) + \varepsilon_1 \quad (48.2)$$

$$I = c - d * r + \varepsilon_2 \quad (48.3)$$

$$Nx = e - f * Y + \varepsilon_3 \quad (48.4)$$

$$T = ty \quad (48.5)$$

В систему входят два балансовых и три эконометрических уравнения, неизвестными остаются 7 коэффициентов. Оценивание этой модели позволило бы получить состоятельные оценки мультипликаторов. Примером описание национальной экономики с помощью модели IS-LM может служить работа (Gali, 1992). Однако чаще на практике применяются гораздо более масштабные макроэкономические модели и, соответственно, более крупные системы одновременных уравнений.

Первые макроэконометрические модели, описывающие экономику страны в целом, были построены еще в 50-х годах. С точки зрения эконометрики эти модели представляют собой систему одновременных уравнений с большим количеством (порядка сотен) как уравнений, так и переменных. Подобные модели способны

решить широкий класс задач описания и прогнозирования. Однако построить макроэконометрическую модель в разумные сроки не представляется возможным, а использование имеющихся неадаптированных к конкретным целям моделей ограничивает точность расчетов. В данном случае удобнее использовать менее масштабную модель и, соответственно, отказаться от макроэконометрического моделирования.

Альтернативным инструментом являются DSGE модели среднего масштаба (medium scale). Подобная модель калибруется в условиях конкретной страны или конкретного фискального эпизода, после чего оставшиеся параметры оцениваются на основе реальных данных, к примеру, оценивание может быть реализовано методом Байеса. Два основных преимущества применения моделей динамического стохастического равновесия заключаются в том, что они дают теоретическое обоснование полученных результатов и обеспечивают широкие возможности для имитационного моделирования. Как и в случае с макроэконометрическим моделированием, основным недостатком данного класса моделей остается сложность процедуры оценивания и решения – в задаче прогнозирования сложность модели не обязательно означает высокое качество прогноза.

#### **1.2.4 Применение нейронных сетей для прогнозирования налоговых поступлений**

С развитием компьютерных технологий широкое распространение приобрели системы с использованием нейронных сетей, «искусственного интеллекта», которые используют математические и алгоритмические элементы, мимикрирующие биологические нейронные связи и нервную систему человека.

Структура модели, использующей нейронные сети, меняется под воздействием внешних или внутренних потоков информации, которая проходит через элементы сети в период обучения. Также в модели используются средства для аппроксимации нелинейных функций для обнаружения связей между объясняющими переменными.

Подобные системы очень сложны в настройке и практическом использовании. Часто, модели с использованием нейронных сетей критикуются за то, что, по сути, сам процесс представляет собой «черный ящик», и не

представляется возможным определить, почему полученный результат именно такой.

Несмотря на подобные соображения, здесь есть значительное поле, как для полемики, так и для исследований. В работах, где используются нейронные сети для прогнозирования, точность прогноза очень высокая и выходит за 90%. Правда, оценить корректность результатов по имеющейся информации не представляется возможным.

В статье (Zhang, Wei, 2011) авторы критикуют стандартный регрессионный метод прогнозирования налоговых поступлений, выделяя ряд его недостатков. Регрессионный метод описывает линейные зависимости или преобразует нелинейные зависимости в линейные с помощью определенных методов. В некотором смысле, регрессионный метод – это некое приближение к нелинейной зависимости, такой, как, например, зависимость между доходами и экономикой. Кроме того, статистический регрессионный метод является трудоемким в расчетах и имеет низкую точность предсказания.

В противоположность регрессионному методу, авторы статьи предлагают метод искусственной нейронной сети (ИНС), быстро развивающийся в последнее десятилетие. ИНС-функция является самообучаемой, самоорганизующейся, самоизменяющейся. Обладая этими свойствами, ИНС позволяет изучать выборочные данные и приспособлять скрытые правила в этих данных без использования каких-либо математических уравнений.

ИНС обратного распространения (BPNN), которая использует специальный алгоритм обратного распространения, наиболее широко применяется для прогнозирования. BPNN обладает важными тремя способностями:

- a. Способность нелинейного отображения. Это позволяет BPNN объяснять нелинейную зависимость между изучением входных и выходных наборов данных.
- b. Обобщающая способность. Это позволяет BPNN предсказывать, когда новые данные поступают в нейронную сеть.
- c. Способность отказоустойчивости. Эта способность дает возможность игнорировать сигнал с помехами в выборочных

данных и находить реальные правила, существующие в выборочных данных.

Ввиду достоинств метода, описанных выше, авторы статьи Zhang и Wei используют его для построения модели прогнозирования налоговых поступлений.

Многие экономические факторы воздействуют на налоги. Zhang и Wei среди всех факторов, выделяют сберегающие депозиты, валовой внутренний продукт и общие расходы государственного бюджета, как факторы, оказывающие наибольшее воздействие на налоги. Для исследования нелинейной зависимости между налогами и тремя факторами берутся данные по экономике Китая за период 1981-2001 годы.

В (Zhang, Wei, 2011) доказывается, что нейронная сеть на основе многослойных персептронов действительно может описать нелинейную зависимость между налоговыми поступлениями и экономикой, и прогнозируемые значения хорошо согласуются с реальными данными. Ввиду проблемы больших чисел, данные нормализуются в соответствии со следующими формулами:

$$X_{\text{mid}} = \frac{X_{\text{max}} + X_{\text{min}}}{2} \quad (49)$$

$$X'_i = \frac{X_i - X_{\text{mid}}}{X_{\text{max}} - X_{\text{min}}} \quad (50)$$

где  $X'_i$  - нормализованные значения  $X$ , а  $X_{\text{mid}}$ ,  $X_{\text{min}}$  и  $X_{\text{max}}$  - это среднее, минимальное и максимальное значение  $X$ . Все новые значения находятся в интервале  $[-1,1]$ .

Структура нейронной сети ВР показана ниже на рисунке 3. Это типичная структура многоуровневой обратной нейронной сети. В ряду входящих данных находятся три нейрона, которые стоят за тремя факторами, влияющими на налоги. Таким же образом один нейрон располагается на выходном уровне, так как есть только одна зависимая переменная. Пять нейронов находятся в скрытом уровне. Эти нейроны используют Tan-Sigmoid функцию (передаточная функция), так же как и нейрон на выходном уровне использует линейную функцию.

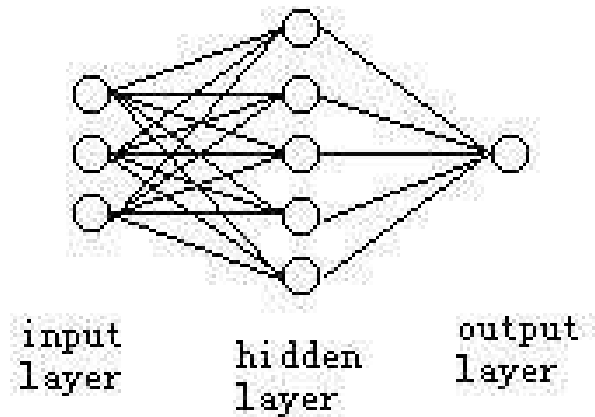


Рисунок 3 - Структура нейронной сети

Liu Li-xia , Zhuang Yi-qi и Liu Xue-yong предлагают для прогнозирования налоговых поступлений метод, основанный на комбинации метода опорных векторов support vector machine (SVM) и метода роя частиц particle swarm optimization (PSO). Нелинейная зависимость экономических величин при прогнозировании налоговых поступлений представлена методом опорных векторов, а с помощью метода роя частиц выбираются тренировочные параметры для него. Модель прогнозирования налоговых поступлений построена с помощью метода опорных векторов, оптимизированного методом роя частиц на основе исследования для предложенной модели прогнозирования. Авторы тестируют модель на точность ее предсказания налоговых поступлений в бюджет.

К недостаткам нейронных сетей как инструмента прогнозирования экономических показателей можно отнести трудоемкость процесса построения прогноза и относительно низкую его эффективность. В статье (Stock, Watson, 1996) показано, что, несмотря на то, что в отдельных случаях сложные нелинейные модели, в том числе нейронные сети, обеспечивают лучшее качество подгонки, прогнозы, полученные с их помощью, не превосходят по точности прогнозы по интегрированным моделям авторегрессионного скользящего среднего.

Итого прогнозирование параметров государственного бюджета (доходов и расходов) имеет смысл проводить с помощью таких методов, как экспоненциальное сглаживание, модели Бокса-Дженкинса (ARIMA), модели распределенных лагов, авторегрессионные модели скользящего среднего с экзогенными параметрами и



многомерные модели временных рядов. Перебор различных формулировок всех моделей с последующей оценкой качества полученного прогноза внутри выборки позволит выбрать оптимальную модель в описанных классах и в дальнейшем строить прогноз с ее помощью. Из рассмотрения исключаются модели временных рядов с дробной размерности с условной гетероскедастичностью, поскольку нет оснований считать, что временно ряд налогов и государственных расходов содержит эти элементы. Кроме того, не рассматриваются нейронные сети, поскольку они дают результат не лучше, чем интегрированные модели авторегрессионного скользящего среднего.

## Список использованных источников

1. Кобелев Н.Б., Основы имитационного моделирования сложных экономических систем, М.: Дело, 2003, 336 с.
2. Кобелев Н.Б., Практика применения экономико-математических методов и моделей, М.: ЗАО «Финстатинформ», 2000, 246 с.
3. Ланцош К., Практические методы прикладного анализа, справочное руководство, государственное издательство физико-математической литературы, Москва, 1961.
4. Лукашин Ю.П., Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов: Учеб. пособие. - М.: Финансы и статистика, 2003. 416 с.
5. Снетков Н.Н., Имитационное моделирование экономических процессов, М.: Изд. Центр ЕАОИ, 2008, 228 с.
6. Соболев И.М., Метод Монте-Карло, М., «Наука», 1968, 64 с.
7. Турунцева М., Юдин А., Дробышевский С., Кадочников П., Пономаренко С., Трунин П. «Некоторые подходы к прогнозированию экономических показателей (Научные труды №89)»// М.: ИЭПП, 2005. 195 С.
8. Турунцева М., Киблицкая Т. «Качественные свойства различных подходов к прогнозированию социально-экономических показателей РФ»// М. : ИЭПП, 2010. - 148 с. : ил. - (Научные труды / Ин-т экономики переходного периода; № 135Р). - ISBN 978-5-93255-286-5.
9. Турунцева М. «Оценка качества прогнозов: простейшие методы» // Российское предпринимательство. 2011. № 8-1. С. 50-56.
10. Турунцева М. «Прогнозирование в России: обзор основных моделей» // Экономическая политика. 2011. № 1. С. 193-202.
11. Турунцева М.Ю., 2011б, Прогнозы внешнеторговых показателей: сравнительный анализ качественных свойств различных моделей, Российский внешнеэкономический вестник, №2, стр. 35-45.
12. Турунцева М.Ю., 2011в, Статистические методы оценки качества прогнозов экономической деятельности, Российское предпринимательство, №8, выпуск 1, стр. 50-57.

13. Энтов Р.М., Носко В.П., Юдин А.Д., Кадочников П.А., Пономаренко С.С. 'Проблемы прогнозирования некоторых макроэкономических показателей//[Научные труды ИЭПП № 46Р, Москва, 2002 г.](http://www.iep.ru/ru/problemy-prognozirovaniya-nekotory-makroekonomicheski-pokazatelei-nauchnye-trudy-46.html)' (<http://www.iep.ru/ru/problemy-prognozirovaniya-nekotory-makroekonomicheski-pokazatelei-nauchnye-trudy-46.html>).
14. Akaike, H. (1969). "Fitting autoregressive models for prediction," *Annals of the Institute of Statistical Mathematics* 21: 243–247.
15. Akaike, H. (1973). "Information theory and an extension of the maximum likelihood principle," in B. N. Petrov & F. Cs'aki (eds), *2nd International Symposium on Information Theory*, Acad'emiai Kiad'o, Budapest, pp. 267–281.
16. Baghestani, H. and McNown, R. (1992). "Forecasting the Federal Budget with Time Series Models," *Journal of Forecasting* 11: 127-139.
17. Bai J., 1997, Estimation of a change point in multiple regression models, *The review of economics and statistics*, vol. 79, pp. 551-563.
18. Bai J., and P. Perron, 1998, Estimating and testing linear models with multiple structural changes, *Econometrica*, vol. 66, pp. 47-78.
19. Banbura, M., D. Giannone, and L. Reichlin (2010). "Large Bayesian Vector Autoregressions," *Journal of Applied Econometrics*, 25, 71-92.
20. Bates, J.M. and C.W.J. Granger (1969). "The Combination of Forecasts," *Operations Research Quarterly*, 20, pp.451-468.
21. Bernanke, B.S., and A. Blinder (1992). "The Federal Funds Rate and the Channels of Monetary Transmission", *American Economic Review*, 82, 901-921.
22. Bernanke, B.S., and I. Mihov (1998). "Measuring Monetary Policy," *Quarterly Journal of Economics*, 113, 869-902.
23. Bernanke, B.S., J. Boivin, and P. Elias (2005). "Measuring Monetary Policy: A Factor Augmented Vector Autoregressive (FAVAR) Approach," *Quarterly Journal of Economics*, 120, 387-422.
24. Blanchard, O.J. and D. Quah (1989). "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances," *American Economic Review*, 79, 654-673.
25. Blanchard, O., and R. Perotti. (2002). "An Empirical Characterization of the Dynamic Effects of Changes in Government Spending and Taxes on Output," *Quarterly Journal of Economics*, 117, 1329-1368.

26. Botric, V., and Vizek, M., 2012. "Forecasting Fiscal Revenues in a Transition Country: The Case of Croatia," *Zagreb International Review of Economics & Business*, 15(1)23-36.
27. Box, G. and G. Jenkins, 1970, *Time series analysis: Forecasting and control*, San Francisco: Holden-Day.
28. Buettner, Thiess, and Bjoern Kauder (2009). "Revenue Forecasting Practices: Differences across Countries and Consequences for Forecasting Performance," CESifo Working Paper No. 2628.
29. Canova, F., and E. Pappa (2007). "Price Dispersions in Monetary Unions: The Role of Fiscal Shocks," *Economic Journal*, 117, 713-737.
30. Canova, F., D. López-Salido and C. Michelacci (2010). "The Effects of Technology Shocks on Hours and Output: A Robustness Analysis," *Journal of Applied Econometrics*, 25,755-773.
31. Cochrane, J.H, 1988, How Big Is the Random Walk in GNP?, *Journal of Political Economy*, vol. 96(5), pp. 893-920, October.
32. Cushman, D.O., and T. Zha (1997). "Identifying Monetary Policy in a Small Open Economy under Flexible Exchange Rates," *Journal of Monetary Economics*, 39, 433-448.
33. D'Amico, S., and M. Farka (2011). "The Fed and the Stock Market: An Identification Based on Intraday Futures Data," *Journal of Business and Economic Statistics*, 29, 126-137.
34. Davis, L.W., and L. Kilian (2011). "Estimating the Effect of a Gasoline Tax on Carbon Emissions," *Journal of Applied Econometrics*, 26(7):1187-1214.
35. Dedola, L. and S. Neri (2007). "What Does a Technology Shock Do? A VAR Analysis with Model-Based Sign Restrictions" *Journal of Monetary Economics*, 54, 512-549.
36. Dickey, D.A., 1976, *Estimation and Hypothesis Testing in Non-stationary Time Series*, Iowa State University, Ph.D. thesis.
37. Dickey, D.A., and W.A. Fuller, 1979, Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 74, pp. 427-431.

38. Edelstein, P., and L. Kilian (2009). "How Sensitive are Consumer Expenditures to Retail Energy Prices?" *Journal of Monetary Economics*, 56, 766-779
39. Elsner G.B., Tsonis A.A., *Singular Spectrum Analysis, a new tool in time series analysis*. New York and London: Plenum Press, 1996.
40. Engle, R. F., Hendry, D. F. & Richard, J. F. (1983). "Exogeneity," *Econometrica* 51: 277–304.
41. Faust, J., E. Swanson, and J.H. Wright (2004). "Identifying VARs Based on High Frequency Futures Data," *Journal of Monetary Economics*, 51, 1107-1131.
42. Faust, Jon and Jonathan H. Wright (2009) "Comparing Greenbook and Reduced Form Forecasts Using a Large Real-time Dataset," *Journal of Business and Economic Statistics*, 27, pp.468-479.
43. Fujita, S. (2011). "Dynamics of Worker Flows and Vacancies: Evidence from the Sign Restriction Approach," *Journal of Applied Econometrics*, 26, 89-121.
44. Fullerton Thomas M. Jr. 'A composite approach to forecasting state government revenues :Case study of the Idaho sales tax' *International Journal of Forecasting* 5 (1989) 373-380.
45. Gamboa Ana Ma. Sophia J. "Development of Tax Forecasting Models: Corporate and Individual Income Taxes// Philippine Institute for Development Studies Discussion Paper Series no. 2002-06 (April 2002).
46. Glenday, Graham and Shukla G.P. "Tax Analysis and Revenue Forecasting." Unpublished. Duke Center for International Development. 2002.
47. Gospodinov, N. (2010). "Inference in Nearly Nonstationary SVAR Models with Long-Run Identifying Restrictions," *Journal of Business and Economic Statistics*, 28, 1-12.
48. Granger, C. W. J. & Newbold, P. (1986). *Forecasting Economic Time Series*, 2<sup>nd</sup> edn, Academic Press, New York.
49. Granger, C.W.J. and P. Newbold (1977), *Forecasting Economic Time Series*, Orlando, Florida: Academic Press.
50. Granger, C.W.J., and R. Ramanathan (1984), Improved Methods of Combining Forecast Accuracy, *Journal of Forecasting*, vol. 19, pp. 197-204.
51. Haavelmo T., 1944, The Probability Approach in Econometrics, *Econometrica*, vol. 12, July, pp. 1-118, Supplement.

52. Hamilton, J.D., 1994, Time Series Analysis, Princeton: Princeton University Press.
53. Hannan, E. J. & Quinn, B. G. (1979). The determination of the order of an autoregression, Journal of the Royal Statistical Society B41: 190–195.
54. Holt C.C. Forecasting trends and seasonals by exponentially weighted moving averages // O.N.R. Memorandum, Carnegie Inst. of Technology. - 1957. - № 2
55. Jenkins Glenn P, Kuo Chun-Yan and Shukla Gangadhar P. “Tax Analysis and Revenue Forecasting: Issues and Techniques”// Harvard Institute for International Development Harvard University (June 2000).
56. Kilian, L. (2009). “Not All Oil Price Shocks Are Alike: Disentangling Demand and Supply Shocks in the Crude Oil Market,” American Economic Review, 99, 1053-1069.
57. Kilian, L. (2011). “Structural Vector Autoregressions,” CEPR Discussion Paper No. 8515.
58. Kilian, L., and D.P. Murphy (2011). “The Role of Inventories and Speculative Trading in the Global Market for Crude Oil,” mimeo, University of Michigan.
59. Kilian, L., and D.P. Murphy (2012). “Why Agnostic Sign Restrictions Are Not Enough: Understanding the Dynamics of Oil Market VAR Models,” Journal of the European Economic Association, 10(5):1166-1188.
60. Kodrzycki Yolanda K. "Estimating Revenues from Tax Reforms in Transition Economies"//Federal Reserve Bank of Boston Working Paper No, 94-4 (August 1994).
61. Leal, T., Perez, J.J., Tujula, M., and J. Vidal (2008). “Fiscal Forecasting: Lessons from the Literature and Challenges” Fiscal Studies 29 (3), 347{386.
62. Leeper , Eric M., Todd B. Walker and Shu-Chun Susan Yang (2011). "[Foresight and Information Flows](#)," [NBER Working Papers](#) 16951, National Bureau of Economic Research, Inc.
63. Lewis, Kurt F., and Charles H. Whiteman (2006). “Empirical Bayesian density forecasting in Iowa and shrinkage for the Monte Carlo era,” Deutsche Bundesbank, Discussion Paper Series 1: Economic Studies, No 28.
64. Liu Li-xia , Zhuang Yi-qi , Liu Xue-yong ‘Tax forecasting theory and model based on SVM optimized by PSO’ Expert Systems with Applications 38 (2011) 116–120.

65. Lütkepohl, Helmut (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer-Verlag, Berlin, Germany.
66. Maciulaityte E. «Ways of modeling and forecasting profit tax revenue in Lithuania»//*Economics*, Vol. 73 (2006), pp. 57-67.
67. Metropolis N. The beginning of the MONTE CARLO method. *Los Alamos Science Special Issue*, 1987.
68. Metropolis N., Ulam S., The Monte Carlo method. *Journal of the American Statistical Association* 44:335-341, 1949.
69. Michael A. Kennedy «Oregon personal income tax revenue model review of methodology»//*Department of Administrative Services - Office of Economic Analysis*, April 2003.
70. Mountford, A., and H. Uhlig (2009). “What are the Effects of Fiscal Policy Shocks?” *Journal of Applied Econometrics*, 24, 960-992.
71. Nunns. James. et al. “Treasury’s Panel Model for Tax Analysis.” *OTA Technical Working Paper* 3. July 2008.
72. Pesaran, M. H. and Shin, Y. (1998). ‘Generalized impulse response analysis in linear multivariate models’, *Economics Letters* 58, 17—29.
73. Rockefeller Institute of Government. “States’ Revenue Estimating: Cracks in the Crystal Ball.” March 2011.
74. Rohaly. J.. Adam Carasso and M. A Saleem. “The Urban - Brookings Tax Policy Center Microsimulation Model: Documentation and Methodology for Version 0304.” *Brookings Institution*. 10 January 10 2005.
75. Rudebusch, G. (1998). “Do Measures of Monetary Policy in a VAR Make Sense?” *International Economic Review*, 39, 907-931.
76. Scholl, A. and H. Uhlig (2008). “New Evidence on the Puzzles: Results from Agnostic Identification on Monetary Policy and Exchange Rates,” *Journal of International Economics*, 76, 1-13.
77. Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model, *Annals of Statistics* 6: 461–464.
78. Shapiro, M.D., and M.W. Watson (1988). “Sources of Business Cycle Fluctuations,” in S. Fischer (ed.) *NBER Macroeconomics Annual 1988*, Cambridge, MA: MIT Press, 111-148.

79. Shnaider Eliahu and Kandel Abraham ‘The use of fuzzy set theory for forecasting corporate tax revenue’ *Fuzzy Sets and Systems* 31 (1989) 187-204.
80. Sims, C.A. (1980a). “Macroeconomics and Reality,” *Econometrica*, 48, 1-48.
81. Sims, C.A. (1992). “Interpreting the Macroeconomic Time Series Facts: The Effects of Monetary Policy,” *European Economic Review*, 36, 975-1011.
82. Stock, James H., and Mark W. Watson (2001). "Vector Autoregressions." *Journal of Economic Perspectives*, 15(4): 101-115.
83. Stock, J.H., and M.W. Watson (2005). “Implications of Dynamic Factor Models for VAR Analysis,” NBER Working Paper No. 11467, June.
84. Theil H., Wage S. Some observations on adaptive forecasting // *Management Science*. - 1964. - Vol. 10. - № 2.
85. Uhlig, H. (2005). “What are the Effects of Monetary Policy on Output? Results from an Agnostic Identification Procedure,” *Journal of Monetary Economics*, 52, 381-419.
86. United States Congress. “Overview of Revenue Estimating Procedures and Methodologies Used by the Staff of the Joint Committee on Taxation.” 2 February YEAR.
87. United States Congress. “Overview of the Definition of Income Used by the Staff of the Joint Committee on Taxation in Distributional Analyses.” 8 February 2012.
88. United States Congress. “Summary of Economic Models and Estimating Practices of the Staff of the Joint Committee on Taxation.” 19 September 2011.
89. Winters P.R. Forecasting sales by exponentially weighted moving averages // *Management Science*. - 1960. - Vol. 6. - №3.
90. Wright, J.H. (2003). “Forecasting U.S. Inflation by Bayesian Model Averaging,” *International Finance Discussion Paper 780*, Federal Reserve Board.
91. Zhang Shaoqiu<sup>1</sup>, Wei Yingying ‘Research on tax prediction model based on BP neural network’ (<http://www.seiofbluemountain.com/upload/product/201001/1263265486s7rptjk6.pdf> ).



*Препринт WP.../2013/...*  
*Серия WP...*  
*[Название серии]*

Назаров Павел Александрович  
Казакова Мария Владимировна (ред.)

**Теоретические основы прогнозирования основных бюджетных  
параметров страны**