

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

М.В.Казакова

**Методологические проблемы эконометрического
оценивания производственных функций**

Москва

2013

Аннотация. При оценивании производственных функций исследователь сталкивается с рядом проблем, которые в наиболее общем виде можно разделить на две группы: проблемы, связанные с самой эконометрической техникой оценивания, и проблемы измерения факторов. В области эконометрического оценивания производственных функций две основные проблемы состоят в линеаризации функциональных форм и устранении эндогенности объясняющих переменных. Последняя проблема является специфической для микропроизводственных функций, поэтому на ней мы остановимся более подробно. Использование доступных статистических данных в большинстве случаев приводит к неточному измерению объемов затрат факторов и выпуска фирмы, что может приводить к смещению оценок технических характеристик производственных функций. В данной работе нами подробно рассматриваются механизм возникновения и причины такого смещения на примере микропроизводственных функций. Особое внимание уделено такой специфической для микроэкономических производственных функций проблеме как эндогенность объясняющих переменных. Также применительно к микрофункциям рассматриваются проблемы, связанные с измерением объема выпуска и факторных затрат. Автор выражает благодарность Фокиной Т.В. за предоставленные материалы и ценные комментарии.

Данная работа подготовлена на основе материалов исследования, выполненного в соответствии с тематическим планом фундаментальной и прикладной научно-исследовательской работы РАНХиГС при Президенте Российской Федерации на 2011 год.

Содержание

Введение.....	4
1. Линеаризация функциональных форм.....	5
1.1 Функция Кобба-Дугласа.....	5
1.2 Функция CES.....	7
1.3 Негомотетичная функция CES.....	9
1.4 Обобщенная производственная функция.....	9
1.5 Обобщенная функция Леонтьева.....	11
2. Проблема эндогенности объясняющих переменных.....	12
3. Решение проблемы эндогенности.....	14
3.1 Использование системы одновременных уравнений.....	14
3.2 Подход Маршака и Эндрюса.....	16
3.3 Использование панельных данных.....	17
3.4 Использование инструментальных переменных.....	20
3.5 Подход Оли и Пэйкса.....	21
4. Проблема измерения факторов.....	25
4.1 Использование приближенных измерителей объема используемых производственных факторов.....	26
4.2 Невозможность учета некоторых производственных факторов.....	29
4.3 Отсутствие корректировки на различия в качестве.....	31
4.4 Использование стоимостных показателей при отсутствии совершенной конкуренции.....	32
5. Оценка совокупной факторной производительности на уровне предприятий	34
5.1 Факторы, определяющие неоднородность темпов роста производительности на микроуровне.....	35
5.2 Методы оценки СФП на микроуровне.....	38
5.2.1 Выбор показателя выпуска.....	38
5.2.2 Индексный подход.....	40
5.2.3 Декомпозиция СФП на основе эконометрического подхода.....	43
5.2.4 Причины смещения оценок СФП.....	45
5.3 Связь агрегированной СФП и производительности предприятий.....	46
5.3.1 Декомпозиция агрегированного индекса производительности с учетом ввода и выбытия предприятий.....	47
5.3.2 Декомпозиция агрегированного индекса производительности с учетом промежуточного потребления.....	49
Заключение.....	52
Литература.....	54

Введение¹

Проблема изучения поведения производителя, в том числе технологических ограничений, с которыми он сталкивается в процессе производства, сформировалась в отдельное направление экономической теории – теорию производства. Пик наибольшего внимания к данной проблеме приходится на 1960-70 годы. Был разработан довольно большой аппарат различных функциональных форм производственных функций, в эконометрике выделилось целое направление, занимающееся проблемами оценки производственных функций. Исследования проблем построения производственных функций для российской, а ранее советской, экономики имеют более чем тридцатилетнюю историю (см., например, Яременко, Ершов, Смышляев, 1973). Однако данные работы посвящены макроэкономическим производственным функциям (Бессонов, 2002). Хотя аппарат микропроизводственных функций использовался в ряде прикладных исследований российской экономики (см., например, Brown, Earle, 2004, Bessonova, Kozlov, Yudaeva, 2003), нам не удалось найти публикации, уделяющие специальное внимание собственно оцениванию данного класса производственных функций. Моделирование производственных ограничений, накладываемых на деятельность фирм, чаще имеет прикладной характер. При этом за рамками исследований остается вопрос, насколько выбранная функциональная форма подходит для описания изучаемого производственного процесса. В то же время в области оценивания микроэкономических производственных функций существует ряд проблем, заслуживающих отдельного внимания. Среди них можно назвать критерии выбора функциональной формы, измерение факторов производства, спецификация и оценивание производственных функций, и возможные источники и направления смещения оценок параметров.

¹ Автор выражает благодарность Р.М.Энтову, С.Г.Синельникову-Мурылеву, С.М.Дробышевскому, О.В.Луговому, М.Ю.Турунцевой и Е.В.Астафьевой за ценные комментарии и замечания, высказанные в ходе обсуждения данной работы на различных этапах ее подготовки.

1. Линеаризация функциональных форм

Большинство используемых в эмпирических работах производственных функций не являются линейными и в ряде случаев не могут быть линеаризованы простыми математическими преобразованиями. При этом техника нелинейного оценивания таких функций не получила широкого распространения. В большинстве случаев исследователи предпочитают использовать методы линеаризации, основанные на некоторых теоретических свойствах производственных функций. Ниже мы приводим краткий обзор способов линеаризации ряда используемых в эмпирических исследованиях производственных функций. Акцент в обзоре сделан на тех предпосылках, которые требуются для применимости данных методов линеаризации.

1.1 Функция Кобба-Дугласа

Функция Кобба-Дугласа выглядит следующим образом:

$$y = Ax_1^\alpha x_2^\beta,$$

где y - выпуск, x_1 - объем используемого капитала, x_2 - объем используемого труда, A , α , β - подлежащие оценке параметры.

Для оценки функции Кобба-Дугласа было предложено три различных метода. Данная функция может быть линеаризована посредством взятия логарифмов от обеих частей, после чего возможно использование обычного метода наименьших квадратов. Для оценки по пространственной выборке (cross-section) регрессионное уравнение выглядит следующим образом:

$$\ln y_i = a + \alpha \ln x_{1i} + \beta \ln x_{2i} + \varepsilon_i,$$

где i - индекс фирмы, ε_i - случайная ошибка. Предполагается, что параметры α и β одинаковы для всех фирм, межфирменные различия обуславливаются наличием остатка ε .

В том случае, если мы предполагаем совершенную конкуренцию и максимизирующее прибыль поведение производителя, оценивание параметров функции Кобба-Дугласа можно осуществить следующим образом. Как было

показано выше, при выполнении данных предпосылок $\alpha + \beta = 1$. Тогда наше уравнение для оценки имеет вид:

$$\ln y_i = a + \alpha \ln x_{1i} + (1 - \alpha) \ln x_{2i} + \varepsilon_i,$$

или же

$$\ln \frac{y_i}{x_{2i}} = a + \alpha \ln \frac{x_{1i}}{x_{2i}} + \varepsilon_i.$$

Последнее уравнение называют производственной функцией в интенсивной форме, поскольку она связывает выпуск на одного рабочего с капиталовооруженностью. Использование именно такой формы производственной функции для оценивания снижает проблему мультиколлениарности и гетероскедастичности.

Альтернативный способ оценивания при тех же предпосылках о совершенной конкуренции и максимизирующем прибыль поведении производителя основывается на определении доли вознаграждения за труд в стоимостном объеме выпуска:

$$\frac{p_2 x_2}{p_0 y} = \beta, \quad \alpha = 1 - \beta, \quad \text{где } p_2 - \text{цена фактора «труд», } p_0 - \text{цена выпускаемой}$$

продукции. Получается, что доля вознаграждения за труд в стоимостном объеме выпуска при выполнении данных предположений может использоваться как оценка параметров производственной функции. При этом такой подход не требует применения эконометрики. Преимущество данного метода состоит в отсутствии необходимости использовать данные по капиталу, что представляется существенным, поскольку измерение капитала как фактора производства связано с рядом трудностей. Однако при невыполнении указанных предпосылок, реализация данного подхода невозможна. Кроме того, в последних двух методах постоянная отдача от масштаба накладывается в качестве априорного ограничения, что делает невозможным проверить гипотезу о реалистичности такой ситуации с помощью эконометрических методов.

Ни один из названных трех методов оценивания нельзя назвать предпочтительным. Все зависит от конкретной ситуации, от предпосылок, которые можно сделать и от задач исследования. Результирующие оценки параметров в общем случае отличаются друг от друга и практически нет оснований считать те или другие из них более приближенными к экономической реальности.

1.2 Функция CES

Двухфакторная функция CES выглядит следующим образом:

$$y = \gamma(\alpha x_1^{-\theta} + \beta x_2^{-\theta})^{-\frac{1}{\theta}},$$

где γ , θ - подлежащие оценке параметры

Для оценивания функции CES также было предложено несколько методологий. Сами авторы функции с постоянной эластичностью замены предлагали применять двухэтапный метод оценивания. Данный метод основывается на том факте, что в условиях совершенной конкуренции на рынке факторов для максимизирующего прибыль предприятия существует линейная зависимость между логарифмом отношения выпуска к объему используемого труда и логарифмом заработной платы.

$$\ln\left(\frac{y}{x_2}\right) = a + b \ln(p_2)$$

(54).

Данное соотношение имеет место только в том случае, если лежащая в основе CES функция имеет постоянную отдачу от масштаба. Причем коэффициент при логарифме заработной платы в таком соотношении представляет собой не что иное, как эластичность замены факторов σ_{12} .

Таким образом, используя данный теоретический результат, можно оценить эластичность замены факторов для функции CES, применяя МНК к линейному по параметрам выражению (54). Далее, используя соотношение $\sigma_{12} = \frac{1}{\theta + 1}$, находится θ и подставляется в выражении для производственной функции. После чего оставшиеся неизвестные параметры можно оценивать обычным методом наименьших квадратов, предварительно прологарифмировав производственную функцию.

Проблема с таким двухшаговым подходом к оценке CES функции состоит в том, что не всегда можно без ущерба для экономической объективности согласиться с тремя предпосылками этого метода, а именно:

- совершенная конкуренция на рынках факторов,

- максимизирующее прибыль поведение предприятий,
- постоянная отдача от масштаба.

Причем наиболее противоречивой представляется именно третья предпосылка. Двухфакторная CES функция, допускающая непостоянную отдачу от масштаба, выглядит следующим образом:

$$f(x_1, x_2) = \gamma(\delta x_1^{-\theta} + (1-\delta)x_2^{-\theta})^{-\nu/\theta},$$

где отдача от масштаба определяется фактором ν . В этом случае соотношение (54) имеет уже более сложную форму, а именно:

$$\ln\left(\frac{y}{x_2}\right) = a_\nu + \sigma_{12} \ln(p_2) + \frac{(1-\sigma_{12})(\nu-1)}{\nu} \ln y,$$

где a_ν - константа.

Таким образом, если не выполняется предпосылка о постоянстве отдачи от масштаба, оценка для эластичности получается смещенной.

Альтернативный метод для оценки функции CES, не требующий выполнения трех указанных предпосылок, был предложен Кментой (Kmenta J., 1967). Идею Кменты кратко можно проиллюстрировать следующим образом. Предварительно производственную функцию предлагается представить в виде:

$$\ln y = \ln \gamma - \frac{\nu}{\theta} \ln(\delta_1 x_1^{-\theta} + (1-\delta_1)x_2^{-\theta})$$

После чего данное выражение раскладывается в ряд Тейлора до второго члена в точке $\rho = 0$:

$$\ln y \approx \ln \gamma + \nu\delta_1 \ln x_1 + \nu(1-\delta_1) \ln x_2 - \frac{1}{2} \theta \nu \delta_1 (1-\delta_1) (\ln x_1 - \ln x_2)^2 + u$$

(55)

Данный метод оценивания подвергся критике со стороны ряда исследователей. В частности, Маккарти (McCarthy, 1967) показал, что предложенное Кментой выражение для оценивания (55) является аппроксимацией для более широкого класса функций, что делает спорной идентификацию полученных оценок как параметров CES функции.

1.3 Негомотетичная функция CES

Негомотетичная функция CES не имеет явного представления. неявно она задается следующим соотношением:

$$C_1(y)x_1^{-\theta} + C_2(y)x_2^{-\theta} = 1,$$

где $C_1(y)$ и $C_2(y)$ - монотонные функции, θ - параметр.

Для оценки негомотетичной функции CES ее автором Сато (Sato, 1977) предлагается использовать двухэтапный метод, схожий с методом, применяемым для оценки обычной CES. При этом для иллюстрации основных характеристик производственного процесса Сато считает достаточным знать значения параметров, полученных на первом шаге, т.е. оценивая выражение:

$$\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \ln a + \sigma_{12} \ln(MRS_{12}) + b \ln(y) + c \ln(T(t)),$$

где MRS_{12} - предельная норма технологического замещения труда капиталом, $T(t)$ - индекс технического прогресса, σ_{12} - эластичность замещения, a , b - параметры. Данное выражение справедливо при условии максимизации прибыли производителем в условиях совершенной конкуренции.

1.4 Обобщенная производственная функция

Методология оценки обобщенной производственной функции была предложена ее авторами Зелнером и Реванкар (Zellner, Revankar, 1969). Данную методологию Зелнер и Реванкар рассматривают на примере функции, где отдача от масштаба задается следующим выражением:

$$\alpha(V) = \frac{\alpha'}{1 + \theta'(V - b')} = \frac{\alpha}{1 + \theta V},$$

Здесь $\alpha = \alpha'h$, $h = (1 - b'\theta')^{-1}$, $\theta = \theta'h$, $\alpha' > 0$, $b' > 0$, $b'\theta' < 1$, α' , θ' , b' , α , θ , h - параметры, $V = y = g(f)$, где g - некая монотонная функция, а f - однородная производственная функция.

Заметим, что при положительных θ эффект масштаба убывает с ростом выпуска. При $V = 0$ он равен α , при $V \rightarrow \infty$ стремится к нулю. При $\theta = 0$ имеет место неизменная отдача от масштаба.

Восстановленная из такого выражения для эффекта масштаба обобщенная производственная функция имеет следующий вид:

$$Ve^{\theta V} = c^h f^h,$$

где c - константа интегрирования.

Зелнер и Реванкар задают f в виде функции Кобба-Дугласа: $f = \gamma' K^{\alpha(1-\delta)} L^{\alpha\delta}$.

Тогда обобщенную производственную функцию можно представить в виде:

$$Ve^{\theta V} = \gamma K^{\alpha(1-\delta)} L^{\alpha\delta},$$

$$0 < \delta < 1, \gamma > 0, \alpha > 0.$$

Логарифмируя, получаем следующее выражение для оценки:

$$\ln V + \theta V = \ln \gamma + \alpha(1-\delta) \ln K + \alpha\delta \ln L + u,$$

где u - случайный остаток (предполагается независимым и нормально распределенным).

Данное уравнение авторы предлагают оценивать с помощью метода максимального правдоподобия. Используется процедура, схожая с методом Бокса-Кокса. Фиксируются различные значения θ и определяются значения прочих параметров, максимизирующих функцию правдоподобия. Путем перебора разных θ можно выбрать тот набор параметров, при котором значение функции правдоподобия максимально.

Данная процедура была использована Зелнером и Реванкаром для оценки производственной функции отрасли транспортного оборудования США на данных 1957г. Подставляя оценки параметров в функцию отдачи от масштаба, авторы получили следующее выражение:

$$\alpha(V) = \frac{1,49}{1 + 0,13V}$$

При этом гипотеза о равенстве коэффициента θ нулю отвергается. Данный факт Зелнер и Реванкар рассматривают как свидетельство целесообразности использования класса функций, не накладывающих ограничение о неизменности эффекта масштаба на моделируемый производственный процесс.

1.5 Обобщенная функция Леонтьева

Обобщенная функция Леонтьева не имеет явного представления. Для данной функции возможен только непрямой метод оценивания на основе функций спроса на факторы производства. Функции спроса на факторы для максимизирующего прибыль производителя в условиях совершенной конкуренции выглядят следующим образом:

$$x_i(y, p) = h(y) \sum_{j=1}^n b_{ij} p_j^{1/2} p_i^{-1/2},$$

где x_i - объем спроса на фактор производства i , p , $h(y)$ - монотонная возрастающая функция, b_{ij} - параметры, p_i - цены факторов производства.

Оценивая данное выражение в логарифмическом виде обычным МНК можно получить параметры производственной функции. Однако нам не удалось найти работы, где бы данная функция использовалась на практике, несмотря на относительную простоту предложенного автором метода оценивания. Это, по всей видимости, связано с некоторой трудностью в интерпретации полученных параметров, а, следовательно, в определении адекватности данной функции экономической реальности.

Как показал краткий обзор, исследователи довольно часто прибегают к непрямым методам оценивания. Причем это связано не только с нелинейностью некоторых производственных функций по параметрам, но и с рядом проблем эконометрического характера. Во-первых, объясняющие переменные, а именно факторы производства, в общем случае являются эндогенными, в том смысле, что их значение определяется производителем совместно с планируемым объемом выпуска (более подробно об этом будет сказано ниже). Во-вторых, объясняющие переменные не являются независимыми друг от друга, так как характер используемой технологии уже в некоторой степени предопределяет соотношение факторов производства. В результате весьма вероятна проблема мультиколлинеарности. Наконец, неоднородность фирм в выборке при оценке на пространственных данных чревата тем, что дисперсия случайного остатка может не являться постоянной, т.е. весьма вероятно возникновение проблемы гетероскедастичности.

2. Проблема эндогенности объясняющих переменных

В теории каждое предприятие обладает собственной производственной функцией. Для эмпирического оценивания такой функции необходимо использовать данные об объемах выпуска и факторных затратах предприятия за достаточно продолжительный период времени. Однако столь детальная информация о деятельности отдельных предприятий, как правило, является недоступной. Поэтому для эмпирического оценивания микропроизводственных функций вводится ряд дополнительных предпосылок. А именно, предполагается, что в рамках некоторой достаточно однородной группы все предприятия обладают одинаковой производственной функцией. Выделение таких групп происходит, как правило, по отраслевому признаку.

Такой подход к оцениванию микропроизводственных функций привел к возникновению проблемы эндогенности объясняющих переменных. Суть данной проблемы состоит в следующем.

Предположение об одинаковой производственной функции не означает, что две фирмы, использующие одно и то же количество факторов, произведут одинаковое количество выпуска. Отклонение от средней по отрасли производственной функции может быть вызвано разными способностями управляющих, разным качеством факторов, изменениями внешней среды. Данные отклонения, которые обычно полагают случайными величинами с нулевым математическим ожиданием, состоят из двух компонентов: первый обусловлен экзогенными для фирмы причинами (например, засуха для сельскохозяйственной фирмы), второй проистекает из характеристик самой фирмы, его можно назвать индивидуальным эффектом. Проблема состоит в том, что данный индивидуальный эффект известен фирме, и потому предположение о его случайности является нереалистичным.

Впервые на данное затруднение обратили внимание Маршак и Эндрюс (Marschak, Andrews) в своей статье 1944г. Основная их идея состоит в том, что наблюдаемые нами значения объемов используемых фирмой факторов производства определяются эндогенно в рамках решения фирмой своих производственных задач, а, следовательно, их нельзя рассматривать как независимые переменные при построении регрессионных уравнений.

Математически данную идею можно проиллюстрировать следующим образом. Производственная функция является одним из элементов, участвующим в принятии фирмой решений, касающихся ее деятельности. Фирма решает оптимизационную задачу следующего вида:

$$\pi = p_0 \cdot y - p_1 \cdot x_1 \rightarrow \max_{x_1},$$

(57)

где x_1 - объем используемого фактора, $y = f(x_1)$ - объем выпуска, $f(x_1)$ - производственная функция. Для простоты предположим, что она имеет вид функции Кобба-Дугласа (константу опустим опять же для простоты):

$$f(x_1) = x_1^{\alpha_1}$$

Допустим в отрасли все фирмы имеют производственную функцию такого вида. Однако выпуск каждой из фирм отклоняется от теоретического на некоторую величину, причем степень несоответствия известна фирме, но неизвестна исследователю. Т.е. для отдельной фирмы i :

$$f_i(x_{1i}) = x_{1i}^{\alpha_1} \cdot e^{u_i},$$

(58)

где e^{u_i} характеризует степень такого отклонения.

Каждая фирма, решая оптимизационную задачу (57), знает, что ее выпуск задается выражением (58).

Условия первого порядка выглядят следующим образом:

$$\frac{d\pi}{dx_1} = p_0 \cdot \frac{df(x_1)}{dx_1} - p_1 = 0, \text{ откуда}$$

$$x_1 = \left(\frac{p_1}{p_0 \cdot \alpha_1 \cdot e^{u_i}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1 - 1}} \quad (59)$$

Получаем, что известный фирме индивидуальный эффект влияет на принятие фирмой решения об объеме используемого фактора.

Для исследователя объем выпуска фирмы i выглядит как y_i , где

$$y_i = x_{1i}^{\alpha_1} \cdot e^{\varepsilon_i}, \text{ где}$$

$$\varepsilon_i = u_i + v_i. \quad (60)$$

В данном случае v_i - обычная случайная ошибка, вызванная, например, ошибками измерения, а u_i - известное фирме, но неизвестное исследователю отклонение.

Уравнение для оценки производственной функции имеет вид:

$$\ln y_i = \alpha_1 \ln x_{1i} + \varepsilon_i$$

В результате, если мы захотим оценить среднюю для отрасли производственную функцию, построив регрессию выпуска на используемый фактор производства, мы столкнемся с проблемой коррелированности случайного остатка и зависимой переменной. Это делает метод наименьших квадратов в данном случае неприменимым, поскольку оценки получатся смещенными и несостоятельными.

3. Решение проблемы эндогенности

Существует несколько подходов для решения проблемы эндогенности объясняющих переменных при оценивании производственных функций. Часть из них является стандартными эконометрическими методами, другие были специально разработаны, исходя из специфики теории производственных функций.

3.1 Использование системы одновременных уравнений

Проблему эндогенности объясняющих переменных можно обойти, оценивая производственную функцию в рамках системы одновременных уравнений (СОУ), где в качестве дополнительных уравнений участвуют условия на максимизацию прибыли производителем. Продолжая наш упрощенный пример можно записать СОУ в виде:

$$\begin{cases} y = x_{1i}^{\alpha_1} \cdot e^{u_i} \\ \frac{p_1 x_1}{p_0 y} = \alpha \end{cases},$$

где второе уравнение является трансформированным выражением для условия первого порядка. В данной системе экзогенными и наблюдаемыми переменными

являются только цены. Выразив эндогенные переменные через экзогенные, мы получаем редуцированную форму системы:

$$\begin{cases} y = \left(\frac{p_1}{p_0 \cdot \alpha_1} \right)^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1 - 1}} \cdot e^{u \cdot \frac{1}{\alpha_1 - 1}} \\ x_1 = \left(\frac{p_1}{p_0 \cdot \alpha \cdot e^{u_i}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1 - 1}} \end{cases}$$

К данным уравнениям уже можно применять стандартную технику оценивания с помощью МНК, однако необходимо соблюдения условий идентификации, т.е. возможности восстановления исходных параметров системы по полученным оценкам.

Однако в том случае, если на рынках факторов и конечного продукта фирмы наблюдается несовершенная конкуренция, возможна ситуация, когда СОУ не содержит экзогенных параметров, что значительно усложняет технику оценивания.

Проиллюстрируем данную ситуацию на том же примере. Пусть спрос на товары фирмы задается выражением:

$$y = b_y p_0^{\eta_y},$$

а предложение факторов:

$$x_1 = b_1 p_1^{\eta_1}$$

Оптимизационная задача теперь выглядит следующим образом:

$$\pi = y^{1 + \frac{1}{\eta_y}} \cdot \left(\frac{1}{b_y} \right)^{\frac{1}{\eta_y}} - x_1^{1 + \frac{1}{\eta_1}} \cdot \left(\frac{1}{b_1} \right)^{\frac{1}{\eta_1}} \rightarrow \max_{x_1}$$

Или же после переобозначения $\left(\frac{1}{b_y} \right)^{\frac{1}{\eta_y}} = c_y$, $\left(\frac{1}{b_1} \right)^{\frac{1}{\eta_1}} = c_1$, $1 + \frac{1}{\eta_y} = \beta_y$, $1 + \frac{1}{\eta_1} = \beta_1$:

$$\pi = c_y y^{\beta_y} - c_1 x_1^{\beta_1} \rightarrow \max_{x_1}$$

Тогда СОУ примет следующий вид:

$$\begin{cases} y = x_{1i}^{\alpha_1} \cdot e^{u_i} \\ \alpha_1 c_y y = \beta_1 c_1 x_1^{\beta_1} \end{cases}$$

Решая данную систему относительно единственной экзогенной переменной u , получаем:

$$\begin{cases} y = \left(\frac{\alpha_1 c_y}{\beta_1 c_1} \right)^{\frac{\alpha_1}{\beta_1 - \alpha_1}} e^{u \cdot \frac{\beta_1}{\beta_1 - \alpha_1}} \\ x_1 = \left(\frac{\alpha_1 c_y}{\beta_1 c_1} e^u \right)^{\frac{1}{\beta_1 - \alpha_1}} \end{cases}$$

Таким образом, в данном случае объемы используемого фактора и выпуска определяются исключительно ненаблюдаемой переменной u . Для оценки переменных в данном случае предлагались нестандартные методы, один из которых описан ниже.

3.2 Подход Маршака и Эндрюса

В своей работе Маршак и Эндрюс предложили решать проблему оценки производственной функции в условиях эндогенности объясняющих переменных следующим способом.

Отклонения каждой фирмы от среднеотраслевой производственной функции разделяются на экономическую и техническую неэффективность. На параметры производственной функции последовательно накладывается ряд ограничений. Данные ограничения проистекают из условий на максимизацию прибыли производителем, а также из предположения о том, что техническая неэффективность распределена между фирмами логнормально.

Как практический метод для оценки параметров производственной функции метод Маршака и Эндрюса страдает рядом недостатков. Во-первых, невозможно точно определить параметры производственной функции, удается лишь получить более менее узкий интервал их возможных значений. Во-вторых, наложение ограничений требует выполнение дополнительных предпосылок. В-третьих, метод Маршака и Эндрюса практически неприменим для производственных функций с числом факторов больше двух.

3.3 Использование панельных данных

В последнее время все большую популярность при оценке производственных функций приобретает использование панельных данных. Техника работы с панельными данными позволяет устранять индивидуальные эффекты, а, следовательно, решить проблему коррелированности объясняющих переменных с остатком регрессионного уравнения.

Возвращаясь к уже неоднократно использовавшемуся нами примеру с однофакторной производственной функцией, можно записать уравнение для оценки следующим образом:

$$\ln y_{it} = \alpha \ln x_{it} + u_i + v_{it}, \quad (61)$$

где i - индекс фирмы, t - номер периода.

Предполагая, что параметр неэффективности компании u_i не меняется с течением времени, мы можем оценить уравнение в рамках модели с фиксированными эффектами. Для этого необходимо применить внутригрупповое преобразование (within transformation) следующего вида:

$$Y_{it} - Y_i = \alpha(X_{it} - X_i) + v_{it} - v_i,$$

где $Y = \ln y$, $X = \ln x$, Y_i , X_i , v_i - средние по времени значения соответствующих переменных для каждого объекта наблюдения i . Поскольку u_i не меняется во времени, внутригрупповое преобразование устраняет данный член уравнения. К уравнению в отклонениях от индивидуальных средних по времени можно применить обычный метод наименьших квадратов.

Среди недостатков данного метода обычно отмечают следующие. Во-первых, проблема эндогенности объясняющих переменных может не элиминироваться полностью внутригрупповым преобразованием. Это происходит в том случае, если остаток ε имеет более сложную структуру, чем предполагалось в соотношении (61). Данное замечание можно проиллюстрировать следующим образом. Пусть остаток имеет следующую структуру:

$$\varepsilon_{it} = a_{it} + e_{it} + v_{it}.$$

Здесь a и e известны производителю, но неизвестны исследователю, ε является эконометрической ошибкой. Отличительной особенностью v , как и в предыдущем примере, является то, что она не оказывает никакого влияния на поведение производителя.

Отличие между a и e состоит в том, что a_{it} известна в момент t и оказывает влияние на принятие решений относительно объема используемых факторов в текущем периоде, а e становится известно только по прошествии некоторого времени и оказывает влияние на принятие решений в будущем. Таким образом

$$Cov(X_{it}, a_{it}) \neq 0,$$

$$Cov(X_{it}, e_{it}) = 0,$$

$$\text{но } Cov(X_{it+s}, e_{it}) = 0,$$

где s - период, по прошествии которого сказывается действие шока e .

Можно предположить, что a характеризует эффективность самой фирмы, в то время как e связана с характеристиками среды функционирования фирмы. Например, e может отражать изменения в погодных условиях. При такой структуре ошибки и внутригрупповая трансформация не решит проблемы эндогенности. Применяя данное преобразование к уравнению (61) и вновь предполагая, что индивидуальный эффект фирмы a не меняется во времени, мы получим:

$$Y_{it} - Y_i = \alpha(X_{it} - X_i) + e_{it} - e_i + v_{it} - v_i.$$

Поскольку

$$e_i = \sum_{t=1}^T e_{it}, \text{ и } Cov(X_{it}, e_i) \neq 0,$$

нам не удалось решить проблему коррелированности объясняющей переменной со случайным остатком.

В том случае, если есть основания предположить, что действие шока e проявляется через несколько периодов времени, т.е. $s > 1$, проблему эндогенности можно решить, продифференцировав уравнение (61). Мы получим:

$$Y_{it} - Y_{it-1} = \alpha(X_{it} - X_{it-1}) + e_{it} - e_{it-1} + v_{it} - v_{it-1} = \alpha(X_{it} - X_{it-1}) + \tilde{\varepsilon}_t,$$

где случайный остаток $\tilde{\varepsilon}_t$ уже не будет коррелировать с объясняющей переменной.

Однако дифференцирование может ухудшить качество преобразованного уравнения с экономической точки зрения. Такая ситуация возможна в том случае, если объясняющие переменные являются только аппроксимацией реально затраченных факторов производства. Переход к разностям может уменьшить объясняющую способность данных аппроксимирующих переменных. Так, в качестве переменной «капитал» чаще всего используется балансовая стоимость основных средств. Предположим для простоты, что норма выбытия равна нулю. Тогда изменение балансовой стоимости капитала равно инвестициям в предыдущем периоде:

$$\Delta K_t = K_{t+1} - K_t = I_t.$$

Однако фактически вновь введенные основные фонды могут начать функционировать не сразу. В таком случае большая часть новых инвестиций не будет вносить никакого вклада в производство, а потому изменение выпуска будет практически некоррелировано с таким определением изменения капитала.

Вторая проблема с использованием внутригруппового преобразования состоит в том, что, уменьшая дисперсию объясняющих переменных, данный метод снижает точность оценивания.

Третий недостаток данного метода состоит в том, что при работе с панелью возможно возникновение смещения при формировании выборки (sample selection bias). Каждый год в наблюдаемой совокупности предприятий происходят изменения за счет входа и выхода фирм. Итоговая оцениваемая панель включает только те предприятия, которые присутствовали в выборке в течение всего периода наблюдения. Такая панель называется сбалансированной. Решение фирмы о прекращении деятельности не является случайным, а зависит от ряда факторов, часть из которых является ненаблюдаемыми. В результате выборка уже не носит случайный характер, и ставится вопрос об ее репрезентативности. Например, решение о прекращении деятельности фирмы может зависеть от ее производительности. Тогда получится, что в итоговую сбалансированную панель предприятия отбирались на основе ненаблюдаемого значения их производительности. Т.е. фирмы с низким значением производительности не будут

представлены в выборке. В результате полученные оценки производственных функций могут быть смещены. В своей статье 1992г. Оли и Пэйкс (Olley, Pakes, 1992) предложили метод, позволяющий одновременно решить проблему эндогенности объясняющих переменных и скорректировать оценки на возможное смещение при формировании выборки. Более подробно данный метод будет рассмотрен ниже.

3.4 Использование инструментальных переменных

Еще одним методом решения проблемы эндогенности является использование инструментальных переменных. Однако, набор переменных, которые можно использовать в качестве инструментов при оценке производственных функций, достаточно ограничен и фактически сводится к лаггированным значениям объясняющих переменных. Однако здесь возможны следующие сложности. Поскольку для устранения фиксированных индивидуальных эффектов данные необходимо продифференцировать, в качестве инструментов берутся лаггированные разности объясняющих переменных. Как отмечают Грилихес и Мэрес (Griliches, Mairesse, 1995), многие экономические переменные на микроуровне ведут себя как случайные блуждания. В таком случае инструменты будут слабо коррелированы с исходными объясняющими переменными, что делает нецелесообразным использование данного метода оценивания.

В качестве разновидности метода инструментальных переменных можно рассматривать оценивание функции спроса фирмы на факторы производства. Своим возникновением данный подход обязан теории двойственности между производственной функцией и функцией издержек. Однако недостатком данного подхода является то, что теория двойственности работает только при выполнении двух жестких предпосылок: фирма минимизирует свои издержки и работает на совершенно конкурентном рынке. Кроме того, как правило, отсутствуют данные по ценам на факторы производства по отдельным предприятиям. Данное затруднение можно обойти, используя в качестве аппроксимации цены средние затраты предприятия на единицу используемого фактора. Однако средние затраты и цены могут различаться достаточно сильно, поэтому результаты теории двойственности редко используются для оценивания производственных функций на микроуровне.

3.5 Подход Оли и Пэйкса

Оригинальный подход для решения проблемы эндогенности был предложен в 1992 г. Оли и Пэйксом (Olley, Pakes, 1992). Для иллюстрации подхода Оли и Пэйкса рассмотрим двухфакторную производственную функцию:

$$Y_t = \alpha X_{1t} + \beta X_{2t} + a_t + v_t, \quad (62)$$

где X_1 - логарифм капитала, X_2 - логарифм труда, a - индивидуальный эффект или эффективность фирмы, v - эконометрический случайный остаток. Здесь и далее мы опускаем индекс фирмы i при переменных для удобства обозначения.

Суть подхода Оли и Пэйкса состоит в том, что ненаблюдаемый индивидуальный эффект фирмы a можно аппроксимировать с помощью наблюдаемых характеристик ее деятельности. Оли и Пэйкс предположили, что эффективность фирмы является важным фактором, влияющим на ее инвестиционные решения. Тогда инвестиции фирмы можно представить как функцию от двух переменных - капитала и эффективности:

$$I_t = I_t(X_{1t}, a_t),$$

где функция $I_t(\cdot)$ может меняться с течением времени.

При выполнении некоторых дополнительных условий² индивидуальный эффект фирмы в свою очередь можно представить как функцию от инвестиций и капитала:

$$a_t = h_t(I_t, X_{1t}).$$

Подставляя данное выражение в производственную функцию, получаем:

$$Y_t = \alpha X_{1t} + \beta X_{2t} + h_t(I_t, X_{1t}) + v_t = \beta X_{2t} + \phi_t(I_t, X_{1t}) + v_t \quad (63),$$

где $\phi_t(I_t, X_{1t}) = \alpha X_{1t} + h_t(I_t, X_{1t})$

² Более подробно см. (Olley, Pakes, 1992)

Оценивание состоит из двух этапов. На первом этапе находится оценка $\hat{\beta}$ коэффициента при X_{2t} из уравнения (63). Поскольку функциональная форма ϕ_t нам неизвестна, данное уравнение оценивается полупараметрическим способом. В качестве аппроксимации неизвестной функции ϕ_t берется лаговый полином четвертой степени по переменным X_{1t} и I_t .

На втором шаге для оценивания коэффициента α в рамках подхода Оли и Пэйкс осуществляется следующее преобразование. Выражение (62) можно представить в виде:

$$Y_t - \hat{\beta}X_{2t} = \alpha X_{1t} + a_t + v_t.$$

Вычтем из него выражение:

$$\hat{\phi}_{t-1} = \alpha X_{1t-1} + a_{t-1}.$$

Получаем:

$$Y_t - \hat{\beta}X_{2t} - \hat{\phi}_{t-1} = \alpha(X_{1t} - X_{1t-1}) + (a_t - a_{t-1}) + v_t$$

(64)

Здесь $\hat{\phi}_t$ - полином с оценками, полученными на первом этапе.

Обозначим $\xi_t = a_t - a_{t-1}$. Если предположить, что X_{1t} не коррелирован с изменением эффективности ξ , уравнение (64) можно оценивать обычным МНК.

Для корректировки возможного смещения при формировании выборки изложенный подход необходимо модифицировать следующим образом.

Оли и Пэйкс предполагают, что фирма покидает отрасль в том случае, если ее текущая производительность настолько низка, что продолжение деятельности является нецелесообразным. Пороговое значение производительности \bar{a}_t , превышение которого является необходимым условием продолжения деятельности, является функцией от капитала фирмы:

$$\bar{a}_t = \bar{a}_t(X_{1t}).$$

Обозначим χ_t функцию, принимающую значение 1, если фирма продолжает деятельность, и 0, если фирма покидает отрасль:

$$\chi_t = \begin{cases} 1, & \text{если } a_t \geq \bar{a}_t(X_{1t}) \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Для того чтобы скорректировать возможное смещение из-за исключения из выборки прекративших деятельность предприятий, необходимо найти вероятность продолжения функционирования для отдельной фирмы. Данная вероятность выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \Pr\{\chi_{t+1} = 1 | a_{t+1}(X_{1t+1}), a_t\} &= \Pr\{a_{t+1} \geq \bar{a}_{t+1}(X_{1t+1}) | a_{t+1}(X_{1t+1}), a_t\} = \\ &= P_t(a_{t+1}(X_{1t+1}), a_t) = P_t(X_{1t+1}, a_t) \end{aligned}$$

Учитывая баланс формирования капитала

$$X_{1,t+1} = (1 - \delta)X_{1t} + I_t = (1 - \delta)X_{1t} + I_t(X_{1t}, a_t),$$

где δ - норма выбытия, и зависимость $a_t = h_t(I_t, X_{1t})$, получаем:

$$X_{1,t+1} = \rho(X_{1t}, I_t)$$

Тогда вероятность продолжения деятельности можно представить в виде:

$$P_t(a_{t+1}(X_{1t+1}), a_t) = P_t(X_{1t}, I_t) \equiv \lambda_t$$

Для оценивания функции λ_t Оли и Пэйкс вновь используется непараметрический метод, т.е. данная функция заменяется лаговым многочленом третьей степени по переменным X_{1t} и I_t

Для получения итогового уравнения для оценки производственной функции рассмотрим выражение:

$$E(Y_t - \beta X_{2t} | X_{1t}, \chi_t = 1) = \alpha X_{1t} + E(a_t | a_{t-1}, \chi_t = 1)$$

(65)

Условное ожидание неэффективности можно представить в виде:

$$E(a_t | a_{t-1}, \chi_t = 1) = \int_{\bar{a}_t} a_t \frac{P(da_t | a_{t-1})}{\int P(da_t | a_{t-1})}$$

Тогда (39) можно переписать как

$$E(Y_t - \beta X_{2t} | X_{1t}, \chi_t = 1) = \alpha X_{1t} + g(a_{t-1}, \lambda_{t-1}) \quad (66)$$

где

$$g(a_{t-1}, \lambda_{t-1}) = \int_{\bar{a}_t} a_t \frac{P(da_t | a_{t-1})}{\int P(da_t | a_{t-1})}$$

Воспользовавшись выражением $a_{t-1} = \phi_{t-1} - \alpha X_{1,t-1}$ (66) можно представить в виде:

$$E(Y_t - \beta X_{2t} | X_{1t}, \chi_t = 1) = \alpha X_{1t} + g(\phi_{t-1} - \alpha X_{1,t-1}, \lambda_{t-1})$$

Заметим что

$$(Y_t - \beta X_{2t}) - E(Y_t - \beta X_{2t} | X_{1t}, \chi_t = 1) = a_t - E(a_t | a_{t-1}, \chi_t = 1) + v_t = \zeta_t + v_t,$$

где

$$\zeta_t \equiv a_t - E(a_t | a_{t-1}, \chi_t = 1).$$

Итоговое уравнение для оценки выглядит следующим образом:

$$Y_t - \beta X_{2t} = \alpha X_{1t} + g(a_{t-1}, \lambda_{t-1}) + \zeta_t + v_t$$

Заметим, что ζ_t не зависит от X_{1t} . Это очевидно из следующего выражения:

$$\zeta_t \equiv a_t - E(a_t | X_{1t}, \chi_t = 1),$$

т.е. ζ_t составляет «очищенную» от влияния X_{1t} часть a_t ³.

Преимущество предложенного Оли и Пэйксом подхода состоит в отсутствии предположения о том, что индивидуальные эффекты не меняются с течением времени. Кроме того, в рамках данного метода разброс данных искусственно не уменьшается.

Можно выделить следующие недостатки метода Оли и Пэйкса (Griliches, Mairesse, 1995; Levinsohn, Petrin, 2000). Во-первых, предполагается, что остаток u состоит только из двух компонентов. Более сложная структура остатка приведет к неэффективности данного метода. Во-вторых, функция спроса предприятий на инвестиции может иметь более сложный характер, чем предполагают Оли и Пэйкс. Более того, инвестиции могут зависеть не от текущего уровня эффективности, а от его изменения, т.е. $I_t = I_t(X_{1t}, \xi_t)$. С целью обойти последний недостаток Левинсон и

³ Переход $E(a_t | X_{1t}, \chi_t = 1) = E(a_t | a_{t-1}, \chi_t = 1)$ обусловлен балансом $X_{1,t+1} = (1 - \delta)X_{1t} + I_t$ и условием $a_t = h_t(I_t, X_{1t})$

Петрин (Levinsohn, Petrin, 2000) предложили модифицировать модель Оли и Пэйкса. В качестве фактора, отражающего ненаблюдаемую эффективность фирмы, авторы использовали материальные затраты. По их мнению материальные затраты отражают именно текущую эффективность фирмы, а не изменение ее уровня, поэтому их использование для аппроксимации ненаблюдаемых индивидуальных эффектов является более правомерным.

4. Проблема измерения факторов

Производственная функция теоретически определяется как соотношение между объемом производственных факторов и выпуском в натуральном выражении. При этом в качестве аргументов производственной функции используются только те объемы факторных затрат, которые непосредственно пошли на производство данного объема выпуска.

При переходе к эмпирическим производственным функциям возникает ряд трудностей в измерении выпуска и факторов в том виде, в каком они определяются теоретически. Во-первых, практически невозможно измерить, какой объем затрат фактора пошел на производство конкретного объема выпуска. Поэтому вместо реально осуществленных факторных затрат, как правило, рассматриваются некие аппроксимирующие показатели. Во-вторых, производственные факторы одного вида в общем случае являются неоднородными. Однако часто не удается скорректировать используемые статистические данные о факторных затратах на различия в качестве. В-третьих, не все производственные факторы вообще поддаются измерению. Примером ненаблюдаемого производственного фактора могут служить способности управляющего предприятием. Наконец, данные об объемах выпуска и факторных затратах в большинстве случаев измерены не в натуральном, а в денежном выражении.

Названные четыре проблемы, связанные с измерением объемов факторных затрат и выпуска, могут приводить к смещению оценок технических характеристик производственного процесса. Данная проблема была подробно изучена Грилихисом и Маресом (Griliches, 1957, Griliches, Mairesse, 1995), которые показали, каким образом, и в каком направлении происходит смещение в каждом конкретном случае. Согласно Грилихесу и Маресу при некоторых дополнительных предположениях

названные четыре причины смещения будут действовать в сторону занижения оцененного эффекта масштаба относительно его реального уровня. Результаты Грилихеса имеют непосредственное отношение к оцениванию микропроизводственных функций, поэтому мы остановимся на них более подробно.

4.1 Использование приближенных измерителей объема используемых производственных факторов

Если мы не можем напрямую измерить затраты какого-либо фактора в производственном процессе, вместо них используется некий аппроксимирующий показатель. Это, в свою очередь, может приводить к смещению оценок, направление которого зависит от характера зависимости между фактическими затратами и аппроксимирующим показателем. Данное утверждение можно проиллюстрировать следующим образом.

Пусть Y_i - логарифм выпуска фирмы i , X_i - вектор производственных факторов в логарифмах ($X_i = (X_{i1}, \dots, X_{ki})$). Функция Кобба-Дугласа выглядит следующим образом:

$$Y_i = X_i a + u_i, \tag{67}$$

где a - вектор подлежащих оценке параметров, u_i - отклонение, $E(u_i) = 0$.

В матричной форме:

$$Y = Xa + u$$

Предположим, для оценки производственной функции по некоторым причинам мы используем не саму матрицу X , а некоторый ее аналог \bar{X} . Тогда вместо (67) мы оцениваем выражение:

$$Y = \bar{X}b + \bar{u}.$$

Вопрос состоит в том, как между собой связаны полученные оценки b с истинными коэффициентами a . Как известно, МНК дает следующее выражение для оценок:

$$b = (\bar{X}\bar{X})^{-1} \bar{X}'y$$

$$E(b) = E(\bar{X}\bar{X})^{-1} \bar{X}'(Xa + u) = (\bar{X}\bar{X})^{-1} \bar{X}'Xa$$

Обозначим $(\bar{X}\bar{X})^{-1}\bar{X}X = P$, тогда

$$E(b) = Pa.$$

Таким образом, каждая из полученных оценок является взвешенной суммой всех истинных коэффициентов. Заметим, что элементы матрицы P являются МНК-оценками регрессионных уравнений, где в качестве зависимой выступают истинные производственные факторы X , а в качестве объясняющих – наблюдаемые факторы \bar{X} . Если исследователь знает, каким образом связаны наблюдаемые и истинные производственные факторы, он может составить представление о величине смещения.

Рассмотрим характер смещения на конкретном примере. Пусть рассматривается производственная технология с двумя производственными факторами: x_1 - капитал, x_2 - труд. Тогда $X_1 = \ln(x_1)$, $X_2 = \ln(x_2)$. Истинная производственная функция имеет вид:

$$Y = a_1X_1 + a_2X_2 + u.$$

Однако мы не всегда можем наблюдать реально затрачиваемые фирмой производственные факторы, поэтому оцениваем уравнение:

$$Y = b_1\bar{X}_1 + b_2\bar{X}_2 + \bar{u}$$

Предположим, мы в состоянии корректно измерить затрачиваемые фирмой трудовые ресурсы. В качестве же измерителя затрат капитала мы используем основной капитал, которым располагает фирма. Т.е. $X_1 = \mu\bar{X}_1$, $X_2 = \bar{X}_2$. Здесь μ - это некоторый коэффициент, отражающий зависимость между основными фондами и услугами капитала. Поскольку основные фонды полностью не участвуют в производственном процессе, логично предположить, что $\mu < 1$.

Взаимосвязь между истинными коэффициентами производственной функции и оценками можно представить следующим образом:

$$E(b_1) = p_{11}a_1 + p_{21}a_2,$$

$$E(b_2) = p_{12}a_1 + p_{22}a_2.$$

Здесь коэффициенты p получены из регрессионных уравнений следующего вида:

$$X_1 = p_{11}\bar{X}_1 + p_{12}\bar{X}_2 + v_1$$

$$X_2 = p_{21}\bar{X}_1 + p_{22}\bar{X}_2 + v_2.$$

Принимая во внимание зависимость между истинными и наблюдаемыми производственными факторами, а также предполагая ортогональность объясняющих переменных, получаем матрицу P следующего вида:

$$P \approx \begin{pmatrix} \mu & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем:

$$E(b_1) = \mu a_1$$

$$E(b_2) = a_2.$$

Рассмотрим теперь, как связаны между собой истинное значение эффекта масштаба с оцененным значением.

Истинное значение эффекта масштаба $Scale$ составляет:

$$Scale = a_1 + a_2,$$

а ожидаемое оцененное значение $Scale^*$:

$$E(Scale^*) = E(b_1) + E(b_2) = \mu a_1 + a_2.$$

Поскольку $\mu < 1$, наша оценка эффекта масштаба будет смещена в сторону занижения. Причем чем меньше услуг капитала предоставляют имеющиеся у фирмы основные фонды, тем больше будет данное смещение.

Необходимо отметить, что использование основных фондов как измерителя затрат капитала приведет также к смещению оценки эластичности замещения. Пусть истинная эластичность замещения составляет σ_{12} , а посчитанная нами на основе приближенных измерителей капитала - $\bar{\sigma}_{12}$. Можно показать, что оцененная эластичность связана с истинной следующей зависимостью:

$$\bar{\sigma}_{12} = \frac{1}{\mu} \sigma_{12}.$$

Поскольку $\mu < 1$, наша оценка эластичности замещения будет завышена.

4.2 Невозможность учета некоторых производственных факторов

Если при оценивании производственной функции мы не учтем производственный фактор, некоррелированный с учтенными факторами, оценки параметров будут несмещенными. Однако даже в таком случае оценка эффекта масштаба будет смещена в сторону занижения, и абсолютная величина смещения будет равняться коэффициенту при исключенной переменной.

Однако предпосылка о некоррелированности между учтенными и неучтенными производственными факторами, как правило, не выполняется. Более реалистично выглядит предпосылка о том, что существует положительная корреляция между неучтенной переменной и какой-либо из включенных переменных. Это приведет к смещению оценки, по крайней мере, одного коэффициента в сторону завышения. В результате занижение оценки эффекта масштаба из-за исключения значимой переменной частично компенсируется.

Данные рассуждения можно проиллюстрировать следующим образом. Предположим, при оценивании производственной технологии $Y = Xa + u$, где $X = (X_1, \dots, X_k)$, мы не включили один производственный фактор X_k , т.е. $\bar{X} = (X_1, \dots, X_{k-1})$. Матрица P при этом выглядит следующим образом:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \cdots & p_{1,k} \\ 0 & 0 \cdots & p_{2,k} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \cdots & p_{k-1,k} \end{pmatrix},$$

где коэффициенты $p_{1,k}, \dots, p_{k-1,k}$ получены из регрессионного уравнения вида:

$$X_k = p_{1,k}X_1 + p_{2,k}X_2 + p_{k-1,k}X_{k-1} + v_k \quad (68).$$

Математические ожидания оценок производственной функции $Y = \bar{X}b + \bar{u}$ выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} E(b_1) &= a_1 + p_{1,k}a_k \\ &\vdots \\ E(b_{k-1}) &= a_{k-1} + p_{k-1,k}a_k \end{aligned}$$

Поскольку в большинстве случаев зависимость между производственными факторами является положительной, логично ожидать, что все коэффициенты

$p_{1,k}, \dots, p_{k-1,k}$ будут больше нуля. Таким образом, при исключении производственного фактора мы получаем завышенные оценки для некоторых коэффициентов. Направление смещения оценки эффекта масштаба можно определить следующим образом. Истинное значение эффекта масштаба $Scale$ составляет:

$$Scale = \sum_{i=1}^k a_i,$$

а оцененное:

$$Scale^* = \sum_{i=1}^{k-1} b_i.$$

Ожидаемое смещение:

$$E(Scale^* - Scale) = \sum_{i=1}^{k-1} a_i + a_k \sum_{i=1}^{k-1} p_{i,k} - \sum_{i=1}^k a_i = a_k \left(\sum_{i=1}^{k-1} p_{i,k} - 1 \right).$$

Таким образом, направление смещения зависит от того, больше или меньше 1 сумма коэффициентов $p_{1,k}, \dots, p_{k-1,k}$. Сумму данных коэффициентов можно проинтерпретировать следующим образом. Поскольку $X = \ln(x)$, выражение (68) можно представить следующим образом:

$$x_k = x_1^{p_{1,k}} x_2^{p_{2,k}} \dots x_{k-1}^{p_{k-1,k}} e^{v_k}.$$

Сумма коэффициентов $p_{1,k}, \dots, p_{k-1,k}$ в таком случае имеет интерпретацию эффекта масштаба: она показывает, на сколько процентов изменится использование производственного фактора x_k при увеличении использования всех остальных факторов x_1, \dots, x_{k-1} на 1%. Если увеличение одновременное увеличение всех производственных факторов на 1% вызовет изменение неучтенного фактора меньше, чем на 1%, $\sum_{i=1}^{k-1} p_{i,k} < 1$, и мы получаем смещение при оценке эффекта масштаба в сторону занижения.

Наиболее часто при оценивании производственной функции неучтенным фактором является предпринимательские способности управляющего фирмой. Логично предположить, что при увеличении использовании всех наблюдаемых факторов на 1% вклад предпринимательских способностей в производственный процесс (таких как принятие решений и планирование) увеличиться меньше, чем на

1%. Так, если один менеджер имеет в два раза больше производственных мощностей, чем другой, это не означает, что он выполняет в два раза больше управленческой работы. Поэтому при исключении фактора «предпринимательская деятельность» полученные оценки эффекта масштаба будут, скорее всего, заниженными.

4.3 Отсутствие корректировки на различия в качестве

Еще одним источником искажений при оценке эффекта масштаба может являться неспособность учесть различия в качестве производственных факторов. Механизм возникновения данного искажения можно проиллюстрировать на примере двухфакторной производственной функции. Предположим, истинная производственная функция имеет вид:

$$y = x_1^{a_1} (qx_2)^{a_2},$$

где x_1 - капитал, x_2 - труд, измеренный в часах, а q - некий множитель, который переводит количество использованного труда в эффективные единицы в соответствии с его качеством. Коэффициент q является ненаблюдаемым, поэтому мы можем оценить только производственную функцию следующего вида:

$$y = x_1^{b_1} x_2^{b_2},$$

т.е. фактически данная ситуация аналогична исключению значимой переменной из регрессионного уравнения.

Матрица P имеет вид:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & p_1 & 0 \\ 0 & p_2 & 1 \end{pmatrix},$$

где p_1 , p_2 получаются из вспомогательного уравнения вида:

$$q = x_1^{p_1} x_2^{p_2}.$$

Ожидаемые значения оценок коэффициентов составляют:

$$E(b_1) = a_1 + p_1 a_2,$$

$$E(b_2) = p_2 a_2 + a_2.$$

Направление смещения коэффициента при затратах капитала является неоднозначным при отсутствии дополнительных предпосылок. Более высокое качество труда может быть связано с большей капиталоемкостью. В таком случае $p_1 > 0$, и эластичность выпуска по капиталу будет завышена. Что касается знака коэффициента p_2 , логично предположить, что качество в некоторой степени является заменителем количества. Поэтому фирмы с более высоким качеством трудовых ресурсов могут использовать меньше труда в традиционных единицах измерения. В силу этого, можно ожидать, что $p_2 < 0$. Т.е. игнорирование качества труда приведет к занижению эластичности выпуска по труду.

Рассмотрим теперь направление смещения оценки эффекта масштаба. Истинное значение эффекта масштаба $Scale$ составляет:

$$Scale = a_1 + 2a_2,$$

а ожидаемое оцененное значение:

$$E(Scale^*) = a_1 + a_2 + a_2(p_1 + p_2).$$

Ожидаемое смещение составит:

$$E(Scale^* - Scale) = a_2(p_1 + p_2 - 1).$$

Сумма коэффициентов p_1 и p_2 показывает, на сколько процентов измениться качество труда при одновременном изменении объема используемого труда и капитала на 1 процент. Вновь логичным выглядит предположение о том, что качество труда изменится меньше, чем на один процент. При увеличении числа трудящихся и производственных мощностей на одном заводе в два раза, скорее всего, качество трудовых ресурсов не увеличится также в два раза. В силу этого, $p_1 + p_2 < 1$, а, следовательно, неспособность учесть качество трудовых ресурсов приведет к занижению оценки эффекта масштаба.

4.4 Использование стоимостных показателей при отсутствии совершенной конкуренции

В том случае, если предприятие продает свою продукцию не на совершенно конкурентном рынке, использование в качестве зависимой переменной стоимостных

показателей может привести к смещению оценок. Данную проблему можно проиллюстрировать следующим образом.

Пусть производственная функция фирмы в натуральном выражении выглядит следующим образом:

$$y = x^\alpha e^u,$$

или в логарифмической форме:

$$Y = \alpha X + u$$

Мы оцениваем производственную функцию вида:

$$R = \alpha X + u$$

(69),

где $R = \ln(p_0 y)$ - логарифм выручки, p_0 - цена на продукцию фирмы.

Истинное соотношение между выручкой и затратами факторов выглядит как:

$$R = \alpha X + u + \ln(p_0)$$

Если фирма действует на совершенно конкурентном рынке, p_0 определяется экзогенно и не приводит к смещению оценок. Однако предположим, что фирма имеет дело с наклонной кривой спроса на свою продукцию. Функция спроса на продукцию фирмы выглядит как:

$$y = p_0^\eta$$

(70),

где η - эластичность спроса по цене.

Соотношение между выручкой и затратами факторов теперь выглядит следующим образом:

$$R = \frac{1+\eta}{\eta}(\alpha X + u)$$

и полученные нами оценки будут смещены.

Заметим, что выражение $\frac{\eta}{1+\eta}$ имеет интерпретацию торговой наценки (markup coefficient) для максимизирующей прибыль фирмы. Коэффициент торговой наценки m определяется следующим образом:

$$m = \frac{p_0}{MC},$$

где MC - предельные издержки фирмы. Для максимизирующей прибыль фирмы выполняется соотношение $MC = MR$, где MR - предельная выручка. С учетом (69) предельную выручку и цену можно представить как:

$$MR = \left(\frac{1+\eta}{\eta} \right) y^{\frac{1}{\eta}},$$

$$p_0 = y^{\frac{1}{\eta}}.$$

Тогда коэффициент торговой наценки преобразуется к выражению:

$$m = \frac{1+\eta}{\eta}.$$

Поскольку коэффициент торговой наценки, как правило, больше единицы, $\frac{1+\eta}{\eta} < 1$, поэтому при оценивании уравнения (21) будет наблюдаться смещение коэффициентов и эффекта масштаба в сторону занижения.

5. Оценка совокупной факторной производительности на уровне предприятий

В последнее время широкое распространение получили исследования по изучению СФП на основе микроданных. Широкое использование микроданных при оценке СФП объясняется тем, что микростатистика позволяет проводить исследования в трех направлениях. Во-первых, т.к. микроданные включают в себя информацию о результатах деятельности большого числа предприятий, то существует возможность исследования причин различий производительности различных предприятий.

Во-вторых, микроданные, как правило, позволяют получить показатели развития каждого отдельного субъекта во времени. В результате оценки производительности на микроуровне отражают не только ее распределение между предприятиями, но и изменения во времени.

Кроме этого, наличие информации об изменении во времени основных показателей деятельности различных предприятий позволяет производить оценку по панели. Например, оценка модели с фиксированными эффектами может быть использована при определении связи между набором переменных и изменениями уровня производительности. Наличие данных во времени позволяет оценить существенность процессов перераспределения ресурсов внутри отрасли, а также процессов слияния, поглощения и ликвидации предприятий.

В результате использование микростатистики в исследованиях СФП позволяет оценить влияние большого количества факторов и получить более точные оценки параметров с учетом гетерогенности исследуемых экономических субъектов.

5.1 Факторы, определяющие неоднородность темпов роста производительности на микроуровне

Исследования по оценке СФП на основе статистики предприятий можно разделить на две основные группы. К первой группе относятся работы, посвященные непосредственной оценке производительности, изучению ее распределения между рассматриваемыми объектами, анализу динамики производительности. В этих работах представлены многочисленные факты, касающиеся распределения СФП между предприятиями, выявлены общие закономерности изменения производительности, устойчивость выявленных различий, последствия процессов слияния и поглощения предприятий, влияние перераспределения ресурсов между предприятиями на величину агрегированной СФП.

Вторую группу составляют работы, в которых авторы ищут ответ на один из наиболее острых вопросов, стоящих перед исследователями роста, а именно, каковы факторы, определяющие величину совокупной факторной производительности. В большинстве работ определение факторов осуществляется путем выявления корреляционных связей между производительностью и переменными, которые предположительно оказывают на нее влияние.

Основной предпосылкой этих исследований является наблюдаемая неоднородность предприятий, составляющих сектор (например, отрасль экономики). Эта неоднородность предполагает, что различия темпов роста производительности

предприятий определяются в большей степени отличительными факторами, характеризующими отдельно взятое предприятие. В последнее время наибольшее внимание уделяется изучению влияния на производительность, оказываемому изменениями таких факторов, как: неопределенность, различия в организационной структуре предприятий, возраст задействованного капитала, местоположение, скорость распространением накопленных знаний (Foster, Haltiwanger, Krizan (1998)). И хотя во многих работах отмечается безусловная важность этих факторов, процессы их относительного влияния на СФП, а также их взаимодействия остаются малоизученными.

Под фактором неопределенности в исследованиях по выявлению причин неоднородности темпов роста производительности по предприятиям подразумевается целый ряд показателей, характеризующих их производственную деятельность. Во-первых, в этот список включены различия в существующем уровне развития предприятия, в скорости его адаптации к новым условиям производства, в применяемых маркетинговых стратегиях, методах регулирования новой продукции и производственной технологии. Во-вторых, фактор неопределенности охватывает различия в эффективности применения различных технологий по производству продукции, интенсивности производства. Кроме этого, неоднородность темпов роста производительности различных предприятий определяется неопределенностью спроса на новую продукцию. При этом, даже если у предприятия отсутствуют стимулы к обновлению методов производства, неопределенность спроса или объема будущих затрат приводит к тому, что предприятиям приходится изменять ассортимент производимой продукции и используемые в процессе производства технологии, так чтобы добиться оптимальных результатов в будущем с учетом возможных изменений внешней среды.

Фактор предпринимательских и управленческих способностей включает в себя различия опыта и способностей управленческого аппарата предприятия по определению и разработке новых видов продукции, организации нового производства, мотивации рабочих, адаптации к изменению внешней среды.

Местоположение предприятия также может являться причиной неоднородности производительности предприятий, темпов роста выпуска и затрат, т.к. стоимость затрат на энергию и на труд могут существенно различаться в различных регионах. Такие различия приводят к тому, что предприятия,

обладающие схожими характеристиками по всем прочим параметрам, отличаются по уровню занятости, а также принимают различные решения о направлении инвестиций, которые, в свою очередь, определяют размеры и тип используемых трудовых ресурсов и капитальных запасов в будущем. Так что текущие различия уровней затрат и спроса являются причиной неоднородности роста производительности предприятий в текущем периоде и определяют различия масштабов изменений в будущем (роль технологических изменений на результаты деятельности отдельного предприятия, затрат факторов и спроса на конечный продукт обсуждается у Hopenhyn (1992), Hopenhayn and Rogerson (1993), Campbell (1997)).

Скорость распространения информации об уровне развитии существующих технологий, каналах дистрибуции, маркетинговых стратегиях и потребительских вкусов является еще одним источником неоднородности темпов роста производительности предприятий. Например, в работе Nasbeth, Ray (1974), представлены результаты оценок величины временного лага, проходящего с момента возникновения до момента внедрения новой технологии, для предприятий, занимающихся производством аналогичной продукции; в работе Mansfield, Schwartz, Wagner (1981) приведена эмпирическая проверка существования достаточно большого временного лага между разработкой и началом производства нового вида продукции.

Частично различия между темпами роста производительности предприятий могут быть объяснены возрастом используемого в процессе производства капитала. Если предположить, что внедрение новых технологий происходит исключительно за счет образования новых предприятий, то в этом случае, образование технологически новых предприятий осуществляется за счет ликвидации технологически устаревших. По аналогии, не только возраст капитала, но и возраст управленческого состава и организационной структуры, могут стать причиной наблюдаемой неоднородности предприятий.

В эмпирических исследованиях, посвященных анализу причин неоднородности производительности предприятий, определение существенности влияния возраста используемого капитала осуществляется на основе *vintage capital model*. Одна из форм этой модели (см. например Caballero, Hammour (1994), Campbell (1997)) подчеркивает существенность процессов образования и ликвидации предприятий.

Если новая технология может быть внедрена за счет образования новых предприятий, то рост производительности может быть обеспечен только за счет процессов образования новых и ликвидации старых предприятий, которые требуют перераспределения выпуска и затрат. Альтернативный взгляд состоит в том, что новые технологии заключены в новом капитале (Cooper, Haltiwanger, Power (1997)), и существующие предприятия внедряют новую технологию в процессе переоборудования. В этом случае, процессы перераспределения рабочих мест как внутри предприятий, так и между ними определяется процессами переоборудования.

Концепция зависимости темпов роста производительности и возраста используемого капитала, тесно связана с теоретическими моделями роста, подчеркивающими значимость креативного разрушения (*creative destruction*), основная идея которых состоит в том, что процессы внедрения новых технологий и видов продукции непременно должны сопровождаться ликвидацией старых (см. например, Aghion and Howitt (1992), в которой рассматривается модель эндогенного роста, где эндогенно заданные инновации приводят к креативному разрушению).

5.2 Методы оценки СФП на микроуровне

Доступность микростатистики не привела к существенным изменениям существующих методов оценки СФП. Хотя наличие более детализированных данных стимулировало развитие новых способов решения эмпирических задач, среди методов оценки СФП на микроуровне, так же как и при работе с макростатистикой, выбор делается между применением индексного подхода, эконометрического оценивания функции затрат или производственной функции и непараметрическими методами. Если интерес представляет сама оценка СФП, то предпочтение отдается исследованиям чувствительности оценки производительности к изменению методологии. Если цель состоит в выявлении влияния различных факторов производительности, то необходимо при выборе методологии руководствоваться ее возможностями для идентификации необходимых зависимостей.

5.2.1 Выбор показателя выпуска

Как и в случае оценки агрегированной СФП, при работе с микроданными перед исследователем стоит два основных вопроса: (1) какой показатель

рассматривать в качестве оценки выпуска; (2) какие методы оценки СФП использовать.

Выбор меры выпуска зачастую обусловлен доступными данными. Наилучшей оценкой является физическое выражение выпуска, скорректированное на изменения качества. Однако, как правило, микроданные содержат информацию по ограниченному списку наименований продукции отдельных предприятий, которые могут быть не сравнимы для различных предприятий, и эти данные не скорректированы на изменение качества. Для приведения данных к эквиваленту единого качества для всех предприятий отрасли может быть использован один и тот же дефлятор.

Если рассматриваются k видов затрат и m видов выпуска, k -мерный вектор цен и объемов затрат и m -мерный вектор цен и объемов выпуска, то изменения СФП между моментами времени 0 и 1 определяется, как:

$$\frac{tfp^1}{tfp^0} = \frac{\frac{p^1 y^1}{p^0 y^0} / P(y^1, y^0, p^1, p^0)}{\frac{w^1 x^1}{w^0 x^0} / W(x^1, x^0, w^1, w^0)}$$

т.е. изменения СФП равны дефлированным изменениям доходов, отнесенным к дефлированным изменениям затрат, где функции $P(y^1, y^0, p^1, p^0)$ и $W(x^1, x^0, w^1, w^0)$ представляют собой индексы цен, используемые в качестве дефляторов. Такая оценка имеет один недостаток, как на микроуровне, так и на секторальном и агрегированном уровнях: любое улучшение качества выпуска, которое не отражено в дефляторе, приводит к смещению вниз оценки производительности.

Отсутствие информации о ценах на микроуровне приводит к еще одной проблеме. Применение единых по отрасли, учитывающих изменения качества дефляторов к микроданным приемлемо, если выполнено условие совершенной конкуренции (т.е. цена единицы выпуска (единого качества) будет одинакова для всех предприятий). Для монополизированных конкурентных рынков цены отличаются по предприятиям. В этом случае, предположение об одинаковых ценах означает, что предприятие с более высокими по сравнению со средними ценами будет приписана более высокая производительность.

Альтернатива состоит в использовании в качестве меры выпуска валового объема производства или валовой добавленной стоимости. Добавленная стоимость более приемлема для анализа изменения уровня благосостояния, но менее применима для изучения источников роста производительности. Смещения, вызванные изменениями относительных цен на промежуточное потребление и основные факторы (труд и капитал) может привести к серьезным смещениям оценки производительности. В работе Baily (1986) отмечается, что чем более disaggregated данные используются, тем больше преимущества использования валовой продукции при оценке производительности.

5.2.2 Индексный подход

Одно из основных преимуществ индексного подхода к оценке производительности состоит в том, что он не требует непосредственного определения лежащей в основе производственного процесса технологии, а, следовательно, эконометрической спецификации и оценки технологии производства.

Классически, оценка производительности представляет собой соотношение функции выпуска к некоторой функции затрат. Полученная таким образом оценка является смещенной, т.к. включает в себя изменения, обусловленные различным составом затрат. Для того, чтобы избежать такой ошибки современная форма СФП представляет собой соотношение выпуска и взвешенной сумме затрат:

$$TFP = \frac{Y}{\sum_i a_i X_i}$$

Выражение для СФП можно интерпретировать как отношение индекса выпуска к индексу агрегированных затрат. В последнем случае, индексы должны обладать рядом свойств (Фишер (1927)):

- Свойство реверсивности: значение индекса не меняется при изменении порядка составляющих его элементов;
- Свойство идентичности: индекс равен единице при сравнении двух ситуаций, в которых цены и объемы составляющих его компонентов совпадают;
- Свойство соизмеримости: значение индекса не изменяется при изменении единиц измерения цен и объемов составляющих его компонентов;

- Свойство определенности: индекс не становится равным нулю, неограниченным или неопределенным при обращении в ноль отдельных объемов;

- Свойство пропорциональности: если все цены или объемы увеличить на один и тот же коэффициент, то индекс равен этому коэффициенту;

- Свойство перестановки: $z_f^{f'} = \frac{1}{z_{f'}^f}$;

- Свойство транзитивности: $z_f^{f'} = z_f^{f''} z_{f''}^{f'}$

где z – индекс затрат, выпуска или СФП, а f, f', f'' - относятся к наблюдениям различных предприятий, временных периодов или их комбинации при анализе панельных данных.

Одним из наиболее используемых индексов затрат при анализе производительности является индекс Tornqvist-Theil:

$$\ln x_j^k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (S_{ij} + S_{ik}) (\ln X_{ij} - \ln X_{ik})$$

где S_{ij}, X_{ij} – доля в расходах и объем i -го вида затрат для предприятия j ,

n – количество видов затрат.

Важно отметить, что при построении индекса необходимо выделить точку отсчета (предприятия k), причем выбор этой точки и дальнейшая нормализация до сих пор остаются спорным вопросом. При оценке по временным рядам, часто используется дискретная разновидность индекса Дивизиа:

$$\ln x_t^{t-1} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (S_{it} + S_{it-1}) (\ln X_{it} - \ln X_{it-1})$$

Последовательность индексов является цепной, так что любое наблюдение

можно сравнить с первым: $\ln x_t^1 = \sum_{s=2}^t x_s^{s-1}$

Как правило, индекс затрат нормируется таким образом, чтобы его значение в начальный момент времени было равно 1. Индексы выпуска определяются аналогично, только вместо весов используются не доли в расходах, а доли в доходах. Далее, как показано в работе Джоргенсона и Грилихеса (Jorgenson, Griliches (1972)) СФП определяется как:

$$\ln tfp = \ln y_t^1 - \ln x_t^1$$

Особенности построения индекса на основе панельных данных. Подход на основе цепных индексов Дивизиа в некоторых случаях имеет ряд ограничений. При оценке по пространственной выборке или по панельным данным не существует точного способа произвести сцепку индекса и получить сравнение для различных предприятий. Одно из возможных решений (представлено в работе Caves, Christensen, Diewert (1982)) состоит в построении некоего гипотетического предприятия, для которого доли в расходах различных видов затрат определяются как средние арифметические по отдельным предприятиям (\bar{S}_i), а объемы различных видов затрат определяются как средние геометрические по отдельным предприятиям ($\overline{\ln X_i}$). Сравнение отдельно взятого предприятия (наблюдения f) осуществляются относительно гипотетического (обозначаемого *) на основе следующей формулы:

$$\ln x_f^* = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (S_{fi} + \bar{S}_i)(\ln X_{fi} - \overline{\ln X_i})$$

Построенный таким образом индекс позволяет проводить сравнения между предприятиями. Основным его недостатком является то, что он зависит от используемой при расчетах выборки. При расширении рассматриваемого списка предприятий, необходимо проводить перерасчеты параметров гипотетического предприятия. В этом и его отличие от цепного индекса Дивизиа, в котором наблюдения во времени не меняются при добавлении новой точки.

Для построения индекса в случае панельных данных необходимо объединить изменения, происходящие как во времени, так и между предприятиями. В этом случае для пространственной выборки в каждый момент времени строится гипотетическое предприятие, а затем производится сцепка индекса во времени. В результате индекс агрегированных затрат для предприятия f в момент времени t по отношению к состоянию гипотетического в базовый период составит:

$$\ln x_{ft}^{*1} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (S_{fit} + \bar{S}_{it})(\ln X_{fit} - \overline{\ln X_{it}}) + \sum_{s=2}^t \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\bar{S}_{is} + \bar{S}_{is-1})(\overline{\ln X_{is}} - \overline{\ln X_{is-1}})$$

Первая сумма в правой части описывает различия между рассматриваемой фирмой f и гипотетической фирмой в момент времени t , а вторая сумма различия в состоянии гипотетической фирмы в период t и базовый период.

Декомпозиция СФП. Оценка СФП относительно гипотетической фирмы в базовом периоде составит:

$$\ln tfp_{ft} = \left[\frac{1}{2} \sum_{j=1}^m (R_{fjt} + \overline{R_{jt}}) (\ln Y_{fjt} - \overline{\ln Y_{jt}}) + \sum_{s=2}^t \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\overline{R_{js}} + \overline{R_{js-1}}) (\overline{\ln Y_{js}} - \overline{\ln Y_{js-1}}) \right] - \left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (S_{fit} + \overline{S_{it}}) (\ln X_{fit} - \overline{\ln X_{it}}) + \sum_{s=2}^t \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\overline{S_{is}} + \overline{S_{is-1}}) (\overline{\ln X_{is}} - \overline{\ln X_{is-1}}) \right]$$

где R_{fjt} – доля в доходах j -го вида выпуска фирмы f в период t ,

m – количество видов выпуска.

На основании этого индекса СФП можно осуществить декомпозицию СФП на две компоненты. При описании изменений СФП для фирмы f в моменты времени t и t' :

$$\frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \left[(R_{fjt'} + \overline{R_{jt'}}) (\ln Y_{fjt'} - \overline{\ln Y_{jt'}}) - (R_{fjt} + \overline{R_{jt}}) (\ln Y_{fjt} - \overline{\ln Y_{jt}}) \right] - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[(S_{fit'} + \overline{S_{it'}}) (\ln X_{fit'} - \overline{\ln X_{it'}}) - (S_{fit} + \overline{S_{it}}) (\ln X_{fit} - \overline{\ln X_{it}}) \right]$$

представляет собой изменения СФП относительно гипотетического предприятия, а

$$\sum_{s=t'}^t \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\overline{R_{js}} + \overline{R_{js-1}}) (\overline{\ln Y_{js}} - \overline{\ln Y_{js-1}}) - \sum_{s=t}^t \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\overline{S_{is}} + \overline{S_{is-1}}) (\overline{\ln X_{is}} - \overline{\ln X_{is-1}})$$

- изменения производительности гипотетического предприятия.

Основное преимущество индексного метода состоит в том, что он не требует непосредственного оценивания параметров производственной технологии. В предположении, что предприятия ведут себя в соответствии с принципом минимизации затрат или максимизации прибыли эти параметры уже включены в наблюдаемые значения долей в расходах или в доходах.

5.2.3 Декомпозиция СФП на основе эконометрического подхода

Оценка СФП может быть получена с помощью большого разнообразия методов и относительная предпочтительность каждого из них определяется целью

исследования и доступными данными. Основное достоинство эконометрического подхода – возможность объяснить наблюдаемую неоднородность производительности предприятий в терминах факторов остатка и получить оценки влияния множества факторов на производительность, таких как отдача от масштаба, изменение относительных цен, инновационная деятельность, различия в административной структуре, неоптимальное поведение производителей, скорость распространения технологий, изменение структуры рынка. В зависимости от выдвигаемых предположений относительно технологии производства в эмпирических исследованиях были получены самые разнообразные оценки производительности.

Наибольшее внимание при оценке влияния различных факторов на производительность уделяется рассмотрению эффекта масштаба. В работе Надири, Шанкермана (1981) на основании модели постоянного спроса на факторы было предложено разложение СФП в форме:

$$TFP = \frac{1}{\eta_c} (1 - \eta_c) \dot{F}_d - (1 - \eta_c) \psi \sum_i S_i \dot{w}_i + (1 - \eta_c) (\psi - 1) \dot{T} - \dot{T},$$

где η_c – эластичность выпуска по затратам, определяемая на основе эконометрической оценки транслогарифмической функции издержек,

$$\psi = \frac{\eta_r}{1 - \eta_r (1 - \eta_c)}, \quad \eta_r - \text{эластичность выпуска по цене,}$$

$$\dot{F}_d - \text{определяется из соотношения: } \dot{F} = \dot{F}_T + \dot{F}_f + \dot{F}_d, \text{ где } \dot{F} = \sum_i \frac{w_i X_i}{\sum_i w_i X_i} \dot{X}_i -$$

изменения темпов роста затрат, \dot{F}_T - изменения темпов роста затрат, обусловленные техническим прогрессом, \dot{F}_f - изменениями цен факторов.

Первое слагаемое в разложении производительности отражает изменения обусловленные экзогенным спросом, второе – изменениями цен факторов, третье – косвенным эффектом технического прогресса, последнее – прямым влиянием технического прогресса. Эффект масштаба равен сумме первых двух слагаемых, а суммарный эффект технического прогресса – суммой последних двух.

Другой способ оценки основывается на построении динамических моделей спроса на факторы (см. например, Надири, Пруша (1986)):

$$\Delta TFP = (1 - \rho^{-1})\Delta \log Y_t + \phi_{1t} + \phi_{2t} + \frac{1}{2}[\lambda_x(t) + \lambda_x(t-1)],$$

где $\lambda_x = \frac{1}{\rho} \lambda_y$, а ρ - scale elasticity. В этом выражении первое слагаемое

оценивает вклад в изменения СФП за счет эффекта масштаба, второе слагаемое – временного эффекта равновесия, третье слагаемое – изменения цен, и последнее слагаемое – за счет технического прогресса.

Общая декомпозиция индекса изменения СФП, полученная Балком (1998), позволяет рассчитать вклад изменений уровня технологий, изменений технологической эффективности и эффективности распределения ресурсов, эффектов, связанные с отличием цен затрат от предельных продуктов, непостоянства эффекта масштаба.

В обширной литературе, посвященной вопросу оценки производительности (см. например, Грилихес (1994), Нельсон (1964)) отмечается, что основное преимущество эконометрического подхода состоит в том, что он позволяет проверить влияние факторов, определяющих производительность на микроуровне. Но это преимущество является одновременно и слабым местом подхода, так как результаты анализа, полученные на микроуровне, трудно интерпретировать на более высоком уровне. Частично причина этого состоит в неоднородности данных, частично в многообразии (а порой и противоречивости) эконометрических оценок.

5.2.4 Причины смещения оценок СФП

Две основные проблемы, которые существенно сказываются на оценке производительности, состоят в качестве используемых статистических данных и методах эконометрического оценивания производственных процессов.

Причины искажений оценки производительности вследствие измерительных ошибок просуммированы в работе Грилихеса (1994):

- Проблема определения границ: при оценке производительности необходимо четко определить границы рассматриваемого сектора экономики, и концепцию выпуска в этом секторе (например, следует ли рассматривать теневую экономику).
- Трудности при оценке реального выпуска вследствие того, что цены и значимость различных видов выпуска меняются во времени.

- Неточность оценок затрат во времени в условиях непрерывного изменения навыков работников, качестве используемого в процессе производства оборудования, степени загрузки трудовых и капитальных запасов.
- Исключение из рассмотрения существенных видов затрат, таких как исследовательская деятельность.
- Исключение из рассмотрения данных о количестве отработанных часов, оборудования и прочих характеристик основных видов затрат.
- Неправильные веса, используемые при построении соответствующих индексов, когда часто не учитывается отклонения рыночных цен от устанавливаемых на теневых рынках, а также влияние прочих факторов, нарушающих равновесное состояние.
- Используемые для оценивания формулы, неизвестные формы реальных производственных функций.
- Последствия агрегирования неоднородной массы экономических объектов.

Эти причины серьезно сказываются на методах оценки СФП, и при поиске ответа на вопрос, каковы истинные причины роста СФП. Грилихес отмечает, что наиболее серьезные проблемы связаны с оценкой роста реального выпуска и реальных затрат, т.е. корректной оценкой цен и изменения качества. Измерение степени загрузки мощностей и трудовых запасов является необходимым при проведении краткосрочных сравнений. В долгосрочной перспективе, качественные улучшения трудовых ресурсов в процессе обучения и накопления знаний, количество ресурсов, направляемых на научные исследования, реструктуризация организационной структуры отраслей и отдельных производственных единиц, являются наиболее значимыми.

5.3 Связь агрегированной СФП и производительности предприятий

Результаты оценки СФП на микроданных широко используются при изучении роста агрегированной производительности, которое проводится во многих работах: Baily, Hulten, Campbell (1992), Olley, Pakes (1996), Bartelsman, Dhrymes (1994), Dwyer (1995, 1997), Haltiwanger (1997). Обзор существующих методов декомпозиции агрегированной производительности по компонентам, связанным с

ростом производительности на уровне предприятий и результатов эмпирических исследований приводится в работе Foster, Haltiwanger, Krizan (1998).

5.3.1 Декомпозиция агрегированного индекса производительности с учетом ввода и выбытия предприятий

В большинстве работ рассматривается одна из форм декомпозиции индекса производительности на отраслевом уровне, определяемого как взвешенное среднее производительности на уровне предприятий, где веса соответствуют доле предприятия в суммарном выпуске отрасли: $TFP_{it} = \sum_j s_{jt} tfp_{jt}$, где

TFP_{it} – индекс производительности отрасли i , s_{jt} – доля предприятия j в отрасли i , tfp_{jt} – индекс производительности предприятия j .

Наиболее распространенный метод декомпозиции (используемый, например Baily, Hulten, and Campbell (1992)) определяется следующей формулой:

$$\begin{aligned} \Delta TFP_{it} = & \sum_{j \in C} s_{jt-1} \Delta tfp_{jt} + \sum_{j \in C} (tfp_{jt-1} - TFP_{it-1}) \Delta s_{jt} + \sum_{j \in C} \Delta tfp_{jt} \Delta s_{jt} + \\ & + \sum_{j \in N} (tfp_{jt} - TFP_{it-1}) s_{jt} - \sum_{j \in X} (tfp_{jt-1} - TFP_{it-1}) s_{jt-1} \end{aligned}$$

В соответствии с этим методом рост производительности i -той отрасли между периодами t и $t-1$ распределяется между пятью компонентами. Первые три представляют собой изменения производительности i -той отрасли за счет изменения производительности предприятий, функционировавших в течение обоих периодов, а оставшиеся два – за счет изменения производительности предприятий, созданных и ликвидированных в периоде t . Пять компонентов следующие: (1) внутренний эффект (within effect) – определяемый как взвешенная на доли предприятий в выпуске в начале периода сумма изменений СФП отдельных предприятий; (2) эффект перераспределения между предприятиями (between effect) – сумма изменений долей выпуска, взвешенных на отклонение СФП предприятия от отраслевого СФП в начальном периоде; (3) ковариационный член (covariance term) – сумма произведений изменений СФП предприятия на изменения доли предприятия в выпуске; (4) эффект вхождения (entry effect) – сумма различий между СФП созданных в периоде t предприятий и отраслевым СФП в начале периода, взвешенных на долю предприятия в выпуске в конце периода; (5) эффект выбытия (exit effect) – сумма различий между СФП ликвидированных в периоде t

предприятий и отраслевым СФП в начале периода, взвешенных на долю предприятия в выпуске в начале периода.

В трех случаях слагаемые включают в себя отклонение производительности предприятия от отраслевой производительности в начале периода. В результате, непрерывно действующее предприятие, доля которого в выпуске в течение рассматриваемого периода возрастает, приводит к росту агрегированной производительности только в том случае, если в начальном периоде его производительность была выше отраслевой. Ковариационный член отражает динамику взаимодействия между непрерывно действующими предприятиями, и оказывает положительное воздействие на рост отраслевой СФП, если изменения производительности и доли предприятия в выпуске однонаправлены.

Подобное разложение отраслевой производительности может быть получено и для других классификаций предприятий (например, в зависимости от направления изменения доли предприятия на рынке (Baldwin 1995)).

Отличительные особенности этого метода декомпозиции состоят в том, что: (1) непрерывно действующие, созданные и ликвидированные предприятия рассматриваются отдельно; (2) из внутренних и внешних эффектов выделяется ковариационный эффект.

Согласно другому методу (Griliches, Regev (1995)) изменения агрегированной производительности определяется, как:

$$\Delta TFP_{it} = \sum_{j \in C} \bar{s}_j \Delta tfp_{jt} + \sum_{j \in C} (tfp_j - \overline{TFP}_i) \Delta s_{jt} + \\ + \sum_{j \in N} (tfp_{jt} - \overline{TFP}_i) s_{jt} - \sum_{j \in X} (tfp_{jt-1} - \overline{TFP}_i) s_{jt-1}$$

где черта над переменной означает усреднение по значениям в базовом и конечном году. В данном выражении первое слагаемое интерпретируется как внутренний эффект, второе как эффект перераспределения между предприятиями. Этот метод декомпозиции является модификацией стандартного способа within/between декомпозиции, часто используемого при оценке по сбалансированным панелям. Недостатком метода является то, что при оценке внутреннего эффекта частично учитывается и ковариационный эффект. При этом данный метод менее чувствителен к ошибкам измерения выпуска и затрат в сравнении с первым.

Интересна еще одна методология (Olley, Pakes (1996)), в которой рассматривается пространственная декомпозиция (cross-sectional decomposition) производительности отрасли i в периоде t .

$$TFP_{it} = \overline{tfp} + \sum_j (s_{jt} - \bar{s})(tfp_{jt} - \overline{tfp})$$

где черта над переменной означает среднее значение по всем предприятиям отрасли. Второе слагаемое декомпозиции представляет собой оценку того, насколько неравномерно распределение экономической активности между предприятиями по сравнению с распределением их производительностей. Если дополнить модель рассмотрением временных рядов можно определить уменьшилось или увеличилось влияние перераспределения экономической активности предприятий на рост агрегированной производительности. Основное преимущество такого подхода состоит в том, что пространственные изменения производительности более устойчивы и менее подвержены влиянию ошибок измерения и переходных шоков, кроме этого нет необходимости в точном измерении масштабов создания и ликвидации предприятий.

5.3.2 Декомпозиция агрегированного индекса производительности с учетом промежуточного потребления

В одной из первых работ (Домар, 1961), посвященных дизагрегированию СФП, отмечается необходимость учета влияния промежуточного потребления, т.к. на каждом уровне, за исключением экономики в целом, существуют товары, производимые единицами этого уровня, которые в дальнейшем используются в производственном процессе другими единицами. При этом, чем больше уровень дизагрегирования, тем больше объем промежуточного потребления.

Выпуск отрасли (предприятия) складывается из поставок конечному покупателю и поставок другим отраслям (предприятиям) для дальнейшей переработки товара. С точки зрения затрат, предприятия в процессе производства затрачивают не только труд и капитал, но и промежуточные товары, закупленные у других предприятий. Отсюда следует, что $p_i D_i + p_i \sum_j M_{ij} = w_i L_i + r_i K_i + \sum_j p_{ji} M_{ji}$.

Суммируя данное выражение для всех отраслей (предприятий) можно получить выражение для всей экономики $\sum_i p_i D_i = \sum_i w_i L_i + \sum_i r_i K_i = wL + rK$ (в

предположении о выравнивании цен труда и капитала по секторам в условиях конкуренции).

Домар показал, что агрегированный остаток есть взвешенная сумма отраслевых остатков
$$\frac{T\dot{F}P_t}{TFP_t} = \sum_i \frac{p_{it} Y_{it}}{\sum_i p_{it} D_{it}} \frac{t\dot{f}p_{it}}{t\dot{f}p_{it}},$$

где веса определяются отношением валового выпуска к валовой добавленной стоимости, т.е. $\frac{T\dot{F}P_t}{TFP_t}$ - сдвиг производственной функции при неизменных значениях труда и капитала, раскладывается на компоненты: темпы роста отраслевых производительностей, и веса отраслей, которые изменяются при перераспределении валового внутреннего продукта между отраслями с различными уровнями СФП и темпов ее роста.

Особенность данного выражения состоит в том, что сумма весов может быть больше 1, так что однопроцентный рост на отраслевом уровне может привести к 1,5-процентному росту производительности на агрегированном. Такая ситуация объясняется тем, что в то время как рост отраслевой производительности способствует росту промежуточного потребления, это промежуточное потребление исчезает при анализе на уровне экономики.

Основная трудность такого подхода состоит в природе промежуточного потребления, сильно зависящего от процессов слияния и поглощения предприятий, в результате которых потоки промежуточных товаров, которые ранее рассматривались как внешние по отношению к предприятию, становятся для него внутренними.

Разложение роста агрегированной производительности, полученной на основе производственной функции предприятия, рассмотрено, например, в работе S. Basu, J.G. Fernald (1997), в которой производственная функция отдельного предприятия определяется как: $Y_i = F^i(K_i, L_i, M_i, T_i) = G^i(V^{Pi}(K_i, L_i, T_i), H^i(M_i))$, где

Y_i – валовой выпуск,

K_i, L_i, M_i – затраты капитала, труда и промежуточного потребления,

T_i - индекс изменения уровня технологии,

причем G линейно-однородна по V^P и H , а H – линейно-однородна по M .

В предположении, что предприятия стремятся минимизировать свои издержки изменение производительности отдельного предприятия (определяемой как разность между изменениями добавленной стоимости и затратами) определяется по формуле:

$$dtfp_i = (\mu_i^D - 1)dx_i^D + (\mu_i^D - 1) \left[\frac{s_{Mi}}{1 - s_{Mi}} \right] (dm_i - dy_i) + dt_i, \text{ где}$$

s_{Mi} - доля промежуточного потребления в валовом выпуске,

$$\mu_i^D = \frac{P_i}{MC_i} \frac{1 - s_{Mi}}{1 - \frac{P_i}{MC_i} s_{Mi}}, \text{ } MC_i \text{ – предельная стоимость,}$$

$$dx_i^D = \frac{s_{Ki}}{1 - s_{Mi}} dk_i + \frac{s_{Li}}{1 - s_{Mi}} dl_i$$

s_{Ki} - доля затрат капитала в валовом выпуске,

s_{Li} - доля затрат труда в валовом выпуске.

Т.о. рост производительности предприятия зависит от отклонений цен предприятия от предельной стоимости. В условиях несовершенной конкуренции рост производительности также определяется относительным объемом промежуточного потребления.

Агрегированная производительность определяется по формуле:

$$dTFP = \sum_{i=1} w_i dtfp_i + R_K + R_L$$

где

$$w_i = \frac{P_i^D D_i}{P^D D}$$

$$R_K = \sum_{i=1}^N w_i \frac{s_{Ki}}{1 - s_{Mi}} \frac{P_{Ki} - P_K}{P_{Ki}} dk_i$$

$$R_L = \sum_{i=1}^N w_i \frac{s_{Li}}{1 - s_{Mi}} \frac{P_{Li} - P_L}{P_{Li}} dl_i$$

В результате агрегированная производительность определяется как взвешенная сумма производительностей предприятий плюс перераспределение затрат капитала и труда между предприятиями, характеризующимися различными ценами затрат. Если ресурсы переходят в распоряжение предприятий, действующих в условиях более высоких цен, то агрегированная СФП будет расти даже при неизменных значениях производительностей отдельных предприятий.

Преобразование уравнения приводит к:

$$dTFP = (\bar{\mu}^D - 1)dx^D + R_\mu + R_M + \bar{\mu}^D R_K + \bar{\mu}^D R_L + dt, \text{ где}$$

$$\bar{\mu}^D = \sum_{i=1} w_i \mu_i^D$$

$$R_\mu = \sum w_i (\mu_i^D - \bar{\mu}^D) dx_i^D$$

$$R_M = \sum_{i=1} w_i (\mu_i^D - 1) \frac{s_{Mi}}{1 - s_{Mi}} (dm_i - dy_i)$$

$$dt = \sum_{i=1}^N w_i dt_i$$

Уравнение демонстрирует различия между агрегированной производительностью и агрегированным изменением уровня технологии. В условиях совершенной конкуренции первые пять слагаемых в правой части уравнения равны нулю, так что рост производительности совпадает с ростом технологии. В условиях несовершенной конкуренции или разногласий на рынках затрат или выпуска, эти понятия не эквивалентны.

Заключение

В данной работе нами был проведен краткий обзор способов линеаризации ряда используемых в эмпирических исследованиях производственных функций, в частности рассмотрены предпосылки, при выполнении которых становится возможным применение данных методов линеаризации. Особое внимание уделено такой специфической для микроэкономических производственных функций

проблеме как эндогенность объясняющих переменных, а также проблемам измерения объема выпуска и факторных затрат.

Литература

1. Abramovitz, Moses, "Resource and Output Trends in the United States since 1870", *American Economic Review*, Vol.46, №2 (May, 1956), 5-23
2. Aghion, Philippe, and Peter Howitt. "A Model of Growth Through Creative Destruction," *Econometrica*, 60(2), 1992, 323-351
3. Aigner D., Chu S. "On Estimating the Industry Production Function", *The American Economic Review*, Vol.58, № 4, 1968
4. Allen R., Hicks J. "A Reconsideration of the Theory of Value. Part 2. A Mathematical Theory of Individual Demand Functions", *Economica*, Vol.1, № 2, 1934
5. Arrow K., Chenery H., Minhas B., Solow R. "Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency", *The Review of Economics and Statistics*, Vol.43, № 3, 1961
6. Baily, Martin N., "Productivity Growth and Materials Use in U.S. Manufacturing", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101, №1 (Feb., 1986), pp. 185-196.
7. Baily, Martin N., Charles R.Hulten, David Campbell, "Productivity Dynamics in Manufacturing Plants", *Brookings Papers on Economic Activity, Microeconomics*, 1992, 187-249.
8. Baily, Martin Neil, Charles Hulten and David Campbell. "Productivity Dynamics in Manufacturing Plants," *Brookings Papers on Economic Activity: Microeconomics*, 1992, 187-249.
9. Bairam E. "Elasticity of Substitution, Technical Progress and Returns to Scale in Branches of Soviet Industry: A New CES Production Function Approach", *Journal of Applied Econometrics*, Vol.6, № 1, 1991
10. Bairam E. "Production and Cost Functions. Specification, Measurement and Applications", Ashgate, Aldershot, 1998
11. Baldwin, John R., "The Dynamics of Industrial Competition: " A North American Perspective NY: Cambridge U Press, 1995.
12. Balk, Bert M., "Industrial Price, Quantity, and Productivity Indices: The Micro-Economic Theory and an Application", Boston, Dordrecht, London: Kluwer Academic.

13. Bartelsman, Eric J., and Phoebus J. Dhrymes. "Productivity Dynamics: U.S. Manufacturing Plants, 1972-86," Board of Governors of the Federal Reserve Board, Finance and Economics Discussion Series, No. 94-1, 1994.
14. Berndt E. "The Practice of Econometrics", Wesley Publishing Company, 1991
15. Bessonova E., Kozlov K., Ksenia K. "Trade Liberalization, Foreign Direct Investment, and Productivity of Russian Firms", NES Working Paper № BSP/2003/036 E, Moscow, 2003
16. Blackorby C., Russel R. "Will the Real Elasticity of Substitution Please Stand Up? (A Comparison of the Allen/Uzawa and Morishima Elasticities)", The American Economic Review, Vol.79, № 4, 1989
17. Bronfenbrenner M., Douglas P. "Cross-Section Studies in the Cobb-Douglas Function", The Journal of Political Economy, Vol.47, № 6, 1939
18. Brown D., Earle J., Telegdy A. "Does Privatization Raise Productivity? Evidence from Comprehensive Panel Data on Manufacturing Firms in Hungary, Romania, Russia, and Ukraine", 2004
19. Caballero, Ricardo, and Mohamad Hammour. "On the Timing and Efficiency of Creative Destruction," Quarterly Journal of Economics, 111(3), 1996, 805-852.
20. Campbell, Jeffrey R. "Entry, Exit, Technology, and Business Cycles," NBER Working Paper No.5955, 1997.
21. Caves, D., L. Christensen, W. Diewert, "Output, input and productivity using superlative index numbers", Economic Journal, 92, 1982, 73-96.
22. Charles R.Hulten, "Total Factor Productivity: A Short Biography", NBER Working Paper 7471.
23. Clemhout S. "The Class of Homothetic Isoquant Production Functions", The Review of Economic Studies, Vol.35, № 1, 1968
24. Cobb C., Douglas P. "A Theory of Production", The American Economic Review, Vol.18, № 1, 1928
25. Cooper, Russell, John Haltiwanger and Laura Power. "Machine Replacement and the Business Cycle: Lumps and Bumps," NBER Working Paper No. 5260, revised 1997.

26. Corbo V., Meller P. "The Translog Production Function. Some Evidence from Establishment Data", *Journal of Econometrics*, № 10, 1979
27. Dacy D. "A Price and Productivity Index for a Nonhomogeneous Product", *Journal of American Statistical Association*, Vol.59, № 306, 1964
28. Desai P. "The Production Function and Technical Change in Postwar Soviet Industry: A Reexamination", *The American Economic Review*, Vol.66, № 3, 1976
29. Dhrymes P. "Some Extensions and Tests for the CES Class Production Functions", *The Review of Economics and Statistics*, Vol.47, № 4, 1965
30. Diewert W. "An Application of the Sheppard Duality Theorem: A Generalized Leontief Production Function", *The Journal of Political Economy*, Vol.79, № 3, 1971
31. Domar, Evsey D., "On the Measurement of Technical Change", *Economic Journal*, Vol. 71, №284. (Dec., 1961), pp. 709-729.
32. Douglas P. "The Cobb-Douglas Production Function Once Again: Its History, Its Testing, and Some New Empirical Values", *The Journal of Political Economy*, Vol.84, № 5, 1976
33. Dwyer, Douglas. "Productivity Races I: Are Some Productivity Measures Better Than Others?" Center for Economic Studies Working Paper, CES 97-2, 1997.
34. Dwyer, Douglas. "Technology Locks, Creative Destruction, and Non-Convergence in Productivity Levels" Center for Economic Studies Working Paper, CES 95-6, 1995.
35. Eric J. Bartelsman, Mark Doms, "Understanding Productivity: Lessons from Longitudinal Microdata", *Journal of Economic Literature*, Vol.38, №3 (Sep., 2000), 569-594.
36. Feldstein M. "Alternative Methods of Estimating A CES Production Function for Britain", *Economica*, Vol.34, № 136, 1967
37. Ferguson C. "Cross-Section Production Functions and the Elasticity of Substitution in American Manufacturing Industries", *The Review of Economics and Statistics*, Vol.45, № 3, 1963
38. Fisher, I., "The Making of Index Numbers", Boston: Houghton-Mifflin, 1927.

39. Fisher F. "Aggregate Production Function and the Explanation of Wages: A simulation Experiment", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 53, № 4, 1971
40. Good D.H., Nadiri M.I., Sickles R.C., "Index Number and Factor Demand Approaches to the Estimation of Productivity", *Handbook of Applied Econometrics*, Vol.II.
41. Griliches, Zvi, "Productivity, R&D, and the Data Constraint", *American Economic Review*, Vol. 84, №1 (Mar., 1994), pp. 1-23.
42. Griliches, Zvi, and Haim Regev. "Productivity and Firm Turnover in Israeli Industry: 1979-1988," *Journal of Econometrics*, 65, 1995, 175-203
43. Griliches Z. "Practicing Econometrics. Essays in Method and Application", Edward Elgar, Cheltenham, UK, 1998
44. Griliches Z., Mairesse J. "Production Functions: the Search for Identification", NBER Working Paper № 5067, 1995
45. Haltiwanger, John. "Measuring and Analyzing Aggregate Fluctuations: The Importance of Building from Microeconomic Evidence," *Federal Reserve Bank of St. Louis Economic Review*, January/February, 1997.
46. Heathfield D., Wibe S. "An Introduction to Cost and Production Functions", Macmillan Education, 1987
47. Hoch I. "Simultaneous Bias in the Context of the Cobb-Douglas Production Function", *Econometrica*, Vol.26, № 4, 1958
48. Hoch I. "Estimation of Production Function Parameters Combining Time Series and Cross-Section Data", *Econometrica* Vol.30, № 1, 1962
49. Hopenhyn, Hugo, and Richard Rogerson. "Job Turnover and Policy Evaluation: A General Equilibrium Approach," *Journal of Political Economy*, 101(5), 1993, 915-38.
50. Hopenhyn, Hugo. "Entry, Exit, and Firm Dynamics in Long Run Equilibrium," *Econometrica*, 60(5), 1992, 1127-50.
51. Intriligator, Bodkin, Hsiao "Econometric Models, Technique and Applications", 1996
52. Jorgenson D. "The Embodiment Hypothesis", *The Journal of Political Economy*, Vol.74, № 1, 1966

53. Jorgenson, D. *Productivity. Volume I. Postwar U.S. economic growth*. Cambridge and London: MIT Press, 1995.
54. Jorgenson, D., Griliches Z., “The Explanation of Productivity Change”, *The Review of Economic Studies*, Vol. 34, №3 (July, 1967), pp. 249-284.
55. Kam Leong Szeto “An Econometric Analysis of a Production Function for New Zealand”, Treasury Working Paper 31, 2001
56. Kazi U. “The Variable Elasticity of Substitution Production Function: A Case Study for Indian Manufacturing Industries”, *Oxford Economic Papers*, Vol.32, № 1, 1980
57. Kemfert C. “Estimated substitution elasticities of a nested CES production function approach for Germany”, *Energy Economics*, № 20, 1998
58. Kennedy C., Thirlwall A. “Surveys in Applied Economics: Technical Progress”, *Economic Journal*, Vol. 82, № 325, 1972
59. Kmenta J. “On Estimation of the CES Production Function”, *International Economic Review*, Vol.8, № 2, 1967
60. Leser C. “Production Functions and British Coal Mining”, *Econometrica*, Vol.25, № 4, 1955
61. Levinsohn J., Petrin A. “Estimating Production Functions Using Inputs to Control for Unobservables”, NBER Working Paper № 7819, 2000
62. Lucia Foster, John Haltiwanger, C.J. Krizan, “Aggregate Productivity growth: Lessons from Microeconomic Evidence”, *Center for Economic Studies* 98-12, September 1998
63. Mansfield, Edwin, Mark Schwartz and Samuel Wagner. “Imitation Costs and Patents,” *Economic Journal*, 91, 1981, 907-918.
64. Marschak J., Andrews W. “Random Simultaneous Equations and the theory of Production”, *Econometrica*, Vol.12, № 3/4, 1944
65. McCarthy M. “Approximation of the CES Production Function: A Comment”, *International Economic Review*, Vol.8, № 2, 1967
66. McElroy F. “Returns to Scale, Euler’s Theorem, and the Form of the Production Functions”, *Econometrica*, Vol.37, № 2, 1969

67. McFadden D. "Constant Elasticity of Substitution Production Functions", *The Review of Economic Studies*, Vol.30, № 2, 1963
68. Mizon G. "Inferential Procedures in Nonlinear Models: An Application in a UK Industrial Cross Section Study of Factor Substitution and Returns to Scale", *Econometrica*, Vol.45, № 5, 1977
69. Mukerji V. "A Generalized S.M.A.C. Functions with Constant Ratios of Elasticity of Substitution", *The Review of Economic Studies*, Vol.30, № 3, 1963
70. Mundlak Y., Hoch I. "Consequences of Alternative Specifications in Estimation of Cobb-Douglas Production Functions", *Econometrica* Vol.33, № 4, 1965
71. Mundlak Y. "Production Function Estimation: Reviving the Primal", *Econometrica* Vol.64, № 2, 1996
72. Murti V., Sastry V. "Production Functions for Indian Industry", *Econometrica*, Vol.25, № 2, 1957
73. Nadiri M.I., "Some Approaches to the Theory and Measurement of Total Factor Productivity", *Journal of Economic Literature*, Vol.8, №4 (Dec., 1970), 1137-1177.
74. Nadiri M.I., Prucha I., "A Comparison of Alternative Methods for The Estimation of Dynamic Factor Demand Models Under Nonstatic Expectations", *Journal of Econometrics*, Vol. 33, 1986, pp. 187-211.
75. Nadiri M.I., Schankerman M., "Technical Change, Returns to Scale, and Productivity Slowdown", *American Economic Review*, Vol. 71, 1981, pp. 314-319.
76. Nadiri I. "Producers theory" in *Handbook of Mathematical Economics*, volume 3, ed. by Arrow K., Intriligator M., Elsevier, 1998
77. Nasbeth, Lars, and George Ray (eds.), *The Diffusion of New Industrial Processes: An International Study*, 1974, Cambridge: Cambridge University Press
78. Nelson, Richard R., "Aggregate Production Functions and Medium-Range Growth Projections", *The American Economic Review*, Vol. 54, №5 (Sep., 1964), pp. 575-606
79. Nerlove M. "Estimation and Identification of Cobb-Douglas Production Functions", Chicago/Amsterdam: Rand McNally/North Holland, 1965
80. Olley S., Pakes A. "The Dynamics of Productivity in the Telecommunications Equipment Industry", NBER Working Paper № 3977, 1992

81. Revankar N. "A Class of Variable Elasticity of Substitution Production Functions", *Econometrica* Vol.39, № 1, 1971
82. Rotemberg, Julio J. and Woodford, Michael, "Imperfect Competition and the Effects of Energy Price Increases on Economic Activity." *Journal of Money, Credit and Banking*, November, 1996.
83. Sargent T. "Macroeconomic Theory", 1987
84. Sato R. "Homothetic and Non-Homothetic CES Production Functions", *The American Economic Review*, Vol.67, № 4, 1977
85. Solow R. "Technical Change and the Aggregate Production Function", *The Review of Economics and Statistics*, Vol.39, № 3, 1957
86. Susanto Basu and John G. Fernald, "Aggregate Productivity and Aggregate Technology", *International Finance Discussion Papers*, Number 593, October 1997.
87. Uzawa H. "Production Functions with Constant Elasticity of Substitution", *The Review of Economic Studies*, Vol.29, № 4, 1962
88. Verhulst M. "The Pure Theory of Production Applied to the French Gas Industry", *Econometrica*, Vol.16, № 4, 1948
89. Walters A. "Production and Cost Functions: An Econometric Survey", *Econometrica* Vol.31, № 1/2, 1963
90. Weitzman M. "Soviet Postwar Economic Growth and Capital-Labor Substitution", *The American Economic Review*, Vol.60, № 4, 1970
91. Zarembka P. "On the Empirical Relevance of the CES Production Function", *The Review of Economics and Statistics*, Vol.52, № 1, 1970
92. Zellner A., Revankar N. "Generalized Production Functions", *The Review of Economic Studies*, Vol.36, № 2, 1969
93. Zellner A., Kmenta J., Dreze J. "Specification and Estimation of the Cobb-Douglas Production Function Models", *Econometrica* Vol.34, № 4, 1966
94. Zellner A., Ryu H. "Alternative Functional Forms for Production, Cost and Return to Scale Functions", *Journal of Applied Econometrics*, №13, 101-127, 1998
95. Алєн Р. «Математическая экономия», 1963
96. Баранов Э.Ф. Об измерении индексов-дефляторов по отраслям экономики и промышленности. *Экономический журнал ВШЭ* №2, 2002г., стр. 217-224

97. Бессонов В.А. “Проблемы построения производственных функций в российской переходной экономике”, ИЭПП, Москва, 2002
98. Клейнер Г.Б. “Производственные функции. Теория, методы, применение”, “Финансы и статистика”, Москва, 1986
99. Яременко Ю.В., Ершов Э.Б., Смышляев А.С. «Опыт построения производственной функции для народного хозяйства СССР за 1950-1970гг.», Исследования по математической экономике и смежным вопросам, МГУ, Москва, 1973.

Препринт WP.../2013/...
Серия WP...
[Название серии]

Казакова Мария Владимировна

**Методологические проблемы эконометрического оценивания
производственных функций**